

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА
АКАДЕМІЯ»

Факультет інформатики

Кафедра інформатики

Магістерська робота

Освітній ступінь: магістр

**На тему: «Перетворення Фур'є для обробки сигналу із
повільно-змінною функцією»**

Виконав: студент 2 року навчання

Спеціальності

122 Комп'ютерні науки

Лайко Артем Володимирович

Керівник

Гороховський С.С.

кандидат фіз.-мат. наук

Рецензент О. П. Жежерун

Магістерська робота захищена

з оцінкою _____

Секретар ЕК С.А. Мелешенко

«___» _____ 2022

Київ 2022

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЇВО-МОГИЛЯНСЬКА
АКАДЕМІЯ»

Кафедра інформатики факультету інформатики

ЗАТВЕРДЖУЮ
Зав.кафедри інформатики,
к.ф.-м.н.
_____ С. С. Гороховський
(підпис)
« ____ » _____ 2022 р.

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ
на магістерську роботу

студенту 2 р.н. магістерської програми Комп'ютерні науки Лайко Артему
Володимировичу

Провести дослідження використання перетворення Фур'є для сигналів із
повільно-змінними функціями.

Зміст текстової частини до магістерської роботи:

Зміст
Анотація
Вступ
1 Сигнали із повільно змінними функціями та їх перетворення
2 Дослідження предметної області
3 Практична реалізація
Висновки
Список літератури
Додатки

Дата видачі « ____ » листопада 2021 р.

Керівник Гороховський С. С. (підпис)

Завдання отримав (підпис)

Тема: Перетворення Фур'є для обробки сигналу із повільно-змінною функцією.

Календарний план виконання роботи:

№	Назва етапу	Термін виконання	Примітка
1.	Отримання теми курсової роботи	12.10.2021	
2.	Пошук тематичної літератури	28.10.2021	
3.	Ознайомлення з літературою	11.11.2021	
4.	Вивчення поняття повільно-змінних функцій	15.11.2021	
5.	Огляд до застосування повільно-змінних функцій	26.12.2021	
6.	Вивчення технологій для створення практичної реалізації	15.01.2022	
7.	Створення вимог до практичної частини	08.02.2022	
8.	Проведення дослідження впливу алгоритму на сигнали	01.04.2022	
9.	Написання першої частини магістерської роботи	12.04.2022	
10.	Перегляд змісту роботи з керівником	22.04.2022	
11.	Написання другої частини магістерської роботи	29.04.2022	
12.	Перегляд змісту роботи з керівником	20.05.2022	
13.	Написання висновків магістерської роботи	07.06.2022	
14.	Перегляд змісту роботи з керівником	17.06.2022	
15.	Внесення змін до магістерської роботи відповідно до зауважень наукового керівника	18.06.2022	
16.	Створення презентації	22.06.2022	
17.	Захист магістерської роботи	06.07.2022	

Студент Лайко А.В.

Керівник Гороховський С.С.

“ ”

Зміст

Зміст	3
Анотація	4
Вступ	5
Розділ 1 Сигнали із повільно-змінними функціями та їх перетворення	6
1.1 Повільно-змінні функції	6
1.2 Перетворення Фур'є	8
1.3 Вейвлет перетворення	10
1.3.1 Опис вейвлетів	10
1.3.2 Зв'язок з перетворенням Фур'є	11
1.3.3 Вейвлет перетворення	11
1.3.4 Вейвлет Хаара	13
1.3.5 Вейвлет Добеші	16
Розділ 2 Дослідження предметної області	18
2.1 Підхід до вирішення задачі	19
2.2 Недоліки підходу	20
2.2.1 Оминання "піків"	20
2.2.2 Проблеми з високими частотами	21
2.2.3 Необхідність налаштування чутливості для визначення шумів	22
2.3 Висновки із запропонованого алгоритму, для вирішення задачі	22
Розділ 3 Практична реалізація	24
1.1 Використані технології	24
1.2 Опис підходу до практичної реалізації	25
Висновки	28
Список літератури	29

Анотація

Сучасний світ щільно пов'язаний з великою кількістю сигналів, що оточують нас, починаючи від звукових хвиль, закінчуючи світлом, електрикою та економічними показниками. Обробка таких сигналів починається з етапу запису та зчитування вхідної інформації, через що доволі часто сигнали можуть містити інформаційне забруднення – шум. А оскільки якість результатів обробки сигналів корелює із якістю наданого до обробки сигналу, проблема видалення або пом'якшення шуму є актуальною.

У даній роботі розглядаються поняття повільно-змінних функцій, перетворення Фур'є та вейвлет перетворення, як основних інструментів для пошуку шумів у сигналах та їх подальшого видалення, а також потенційні проблеми застосування запропонованого рішення.

Вступ

Дана наукова робота має на меті дослідити застосування перетворення Фур'є та вейвлет-перетворення для обробки сигналів із повільно-змінними функціями.

У сучасному світі для обробки сигналів використовується значна кількість інструментів аби виконати дискретизацію неперервних сигналів (таких як звукові, сейсмічні та інші хвилі), змодюлювати наявні дискретні сигнали (фінансові ринки, дані про спостереження за природою, тощо). Всі ці методи поєднуються тим, що вони можуть бути виражені у якості математичних функцій, а відповідно з тим – модульовані. Оскільки процес модуляції будь-якого аналогового сигналу напряму пов'язаний з апроксимацією, котра в свою чергу неминуче вносить шум до результуючого сигналу. Деякі прикладні області можуть використовувати різноманітні фільтри аби відрізати або частково вирізати шум із сигналу, але не завжди це є можливим.

Ця наукова робота прагне дослідити повільно-змінні функції, котрими може вважатись шум сигналів, та зменшити вплив шуму, змодельовавши його за допомогою перетворення Фур'є (повна та швидка версії) а також застосувати вейвлет-перетворення, аби додатково оптимізувати отриманий результат.

Розділ 1 Сигнали із повільно-змінними функціями та їх перетворення

1.1 Повільно-змінні функції

Під визначенням повільно-змінної функції зазвичай розуміють неперервну або вимірювану на $[x; \infty)$ функцію L , що для всіх $c \in (0; \infty)$ має задовольняти вимогу:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{L(cx)}{L(x)} = 1$$

Як довів Карамата, прямування у зазначений ліміт є рівномірним виходячи з кожного проміжку $[c_0, c_1] \in (0; \infty)$ і аби додатна неперервна функція L була повільно-змінною необхідно аби для всіх $x \geq x_1 \geq x_0$ задовольнялась наступна вимога:

$$L(x) = \exp \left\{ f(x) + \int_{x_1}^x \frac{\varepsilon(t)}{t} dt \right\}$$

Де $f(x)$ є неперервна або вимірювана функція, а $\varepsilon(t)$ неперервна функція на $[x; \infty)$.

Також зустрічається визначення повільно змінних функцій у лівому чи правому околах точки $a \neq \infty$. Таким чином додатна неперервна функція l на $(0, x_0]$ називається повільно змінною в правому (чи лівому) околі точки 0, якщо напрямок збіжності x до нескінченності замінити напрямком $x \rightarrow 0$. Таким чином додатна неспадна функція на відрізку $[x_0; 1)$ вважається повільно зростаючою в точці 1 в лівому околі, якщо для кожного $k \in (0, 1)$ виконується наступна умова:

$$\frac{l(x + k(1-x))}{l(x)} \rightarrow 1$$

У цій статті ми узагальнюємо поняття повільно змінної функції, як такої, що збігається або наближається до 1 на різних часових проміжках. Таке узагальнення допоможе знаходити окремі фрагменти сигналів, визначаючи їх як повільно змінні функції, та проводити бажанні трансформації з використанням різних варіацій осциляції сигналів, як перетворення Фур'є та вейвлет перетворення.

1.2 Перетворення Фур'є

У сучасних галузях пов'язаних з обробкою сигналів широко використовується перетворення Фур'є як спосіб дискретизації сигналів, задля подальшої обробки, зокрема його оптимізована версія у вигляді Fast Fourier Transform.

В межах цієї роботи, перетворення Фур'є буде використано як спосіб модуляції існуючих сигналів, задля внесення змін до початкового стану сигналу та усічення існуючого шуму та аномалій.

Традиційним варіантом для аналізу сигналів використовується перетворення Фур'є неперервного часу. Таким чином сигнал, що подається на вхід розкладається на базис синусів та косинусів із різними частотою та амплітудою. В залежності від складності вхідного сигналу, кількість функцій на котрі розкладається сигнал може бути доволі великою. Загальна формула для перетворення Фур'є неперервного часу виглядає наступним чином:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

Але загальна варіація перетворення Фур'є неперервного часу має значну кількість практичних недоліків, оскільки потребує наявності повної інформації про поведінку аналізуємого сигналу. А оскільки сигнали, що використовуються у поточній роботі мають динамічну природу, для подолання цих недоліків можна використовувати віконне перетворення Фур'є, котре визначається наступним чином:

$$STFT f(\omega, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t} w(t - b) dt$$

в ньому використовується операція множення сигналу на вікно перед фактичним використанням перетворення Фур'є. Таким чином в ролі вікна

виступає локальна функція $w(t - b)$, що зсувається вздовж часової осі для обрахування перетворення в декількох позиціях b , визначених завчасно. В даному випадку вікном слугує повільно-змінна функція, таким чином, щоб можна було визначити фрагменти сигналу, що можуть коливатись і різною частотою, але мати низьку амплітуду.

Таким чином ми можемо припустити наявність певних особливостей перетворення Фур'є:

1. Повне перетворення Фур'є для обрахування сигналу певної частоти вимагає знання сигналу в минулому та майбутньому, що робить обробку сигналів реального часу проблематичною;

2. Оскільки для “втамування” шумів сигналів, може використовуватись обмеження кількості гармонік або спектру коливань, повноцінне відновлення сигналу неможливе через ефект Гіббса, що буде додавати піки характерної форми;

3. Функцією базису при розкладанні сигналу в ряд Фур'є є гармонічне коливання (синусоїда), що визначена в інтервалі $(-\infty; \infty)$ та має параметри у часі, що можуть змінюватись.

1.3 Вейвлет перетворення

Вейвлет перетворення, один із замісних варіантів на противагу перетворенню Фур'є, що так само використовується для обробки сигналів та кодування сигналів.

Вейвлети - це потужні механізми аналізу та обробки цифрових сигналів. Вейвлет перетворення переводить представлення сигналу з часово-амплітудного виміру до виміру залежності частоти до часу в котрому вимірі інкапсульовані як набори вейвлет коефіцієнтів. Наявні вейвлет-коефіцієнти можуть бути змінені у частотно-залежному просторі, аби отримати різноманітні трансформації сигналу, та отримати значну кількість ефектів, що також є більш ефективним під час обробки сигналів реального часу в порівнянні з перетворенням Фур'є та його модифікаціями. У свою чергу зворотне вейвлет перетворення може переводити модифіковані вейвлет коефіцієнти до звичного часово-амплітудного виміру, задля отримання фінального (модифікованого) сигналу.

1.3.1 Опис вейвлетів

Від цифрової обробки сигналів до комп'ютерного зору, вейвлети широко використовувались для аналізу та перетворення дискретних даних. Концепція вейвлетів, та їх перетворень вкорінилась у багатьох дисциплінах, включаючи математику, фізику та інженерію. У 80-х роках минулого століття з'явилась нова хвиля відкриттів властивостей вейвлетів та маніпуляцій з ними, зокрема багатороздільний аналіз та ортонормовані компактні вейвлети. Ці досягнення зробили революцію у галузі і призвели до багатьох нових застосувань вейвлетів.

Вейвлет, що буквально означає маленька хвиля (*анг. little wave*), це осцилююча функція із середнім значенням близьким до 0 та локалізована у

малому відрізку часу. Базова вейвлет функція відома як материнський вейвлет, дає початок різноманітним сім'ям вейвлетів, що мають властивості до трансформації або розширення, відносно основної функції.

Вейвлети мають широкий спектр застосування в області цифрової обробки сигналів. За їх допомоги цифровий сигнал може бути представлений як сума вейвлетів, які фундаментально однакові, за винятком факторів (коефіцієнтів) трансформації та розширення. Таким чином сигнал може бути повністю представлений за допомогою вейвлет коефіцієнтів. Ці коефіцієнти надають важливу інформацію про частотний спектр та його розташування на часовому проміжку, котрі можна використати для аналізу сигналу. Окрім того, сигнал може бути оброблений у домені вейвлет коефіцієнтів перед тим, як бути зворотно обробленим для отримання сигналу у нормальному часово-амплітудному представленні. Таким чином вейвлети надають унікальний та потужний фреймворк для обробки цифрових сигналів.

1.3.2 Зв'язок з перетворенням Фур'є

Наукова література, що оглядає вейвлети та їх перетворення зазвичай включає огляд аналізу та перетворення Фур'є, оскільки перетворення Фур'є є концептуальним попередником вейвлет-перетворення. Як зазначено у розділі 1.2, Фур'є довів, що будь-який періодичний сигнал може розглядатись як сума синусів. Таким чином перетворення Фур'є перетворює сигнал у частотний спектр, отриманий з частот синусоїди.

1.3.3 Вейвлет перетворення

Вейвлет перетворення – це гранулярний підхід, що прагне отримати оптимальний баланс між роздільною здатністю частоти та часу. На великих частотах вейвлет перетворення відображає більше часової

інформації на противагу втратам у частотному спектрі, але при аналізі низьких частот вейвлет перетворення ситуація змінюється у протилежний бік, відображаючи більше інформації про частоту, втрачаючи часову інформацію натомість. Такий гранулярний підхід надає гарний компроміс між обробкою широкого спектру частот та є корисним для обробки цифрових сигналів, оскільки швидкі переходи зазвичай трапляються на високих частотах (таким чином потрібна більша роздільна здатність на часовому проміжку) та низькі частоти зазвичай потребують більше інформації про частоту з можливістю знехтувати часовими даними.

Так само, як і перетворення Фур'є, вейвлет перетворення може бути представленим у вигляді наступного інтегралу:

$$Wx(u, s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \Psi_{u,s}(t) dt$$

У наведеному інтегралі, вхідний сигнал $x(t)$ співвідноситься до вейвлету з параметром зміни u та параметром розширення s . Таким чином, ця трансформація перетворює сигнал у коефіцієнти, які представляють інформацію про час і частоту, з більшою кількістю інформації часу на високих частотах, та більшою кількістю частотної інформації на низьких частотах. Розширення вейвлету створює можливість компромісу у гранулярності інформації на потрібних відрізках часу та частоти. Як і у випадку з перетворення Фур'є, існують способи швидкого дискретного обчислення вейвлет перетворення.

Одним з таких швидких способів обчислення вейвлет перетворення є каскадний фільтр. Вхідний сигнал подається на два набори фільтрів H та G . Ці фільтри створюють два набори коефіцієнтів які зменшують вибірку з коефіцієнтом 2. Далі ця процедура рекурсивно застосовується для наборів коефіцієнтів, які повертаються фільтром H . Одним із припущень про перетворення вейвлетів полягає в тому, що кількість зразків (семплів) у

вхідному сигналі є степеню двійки. Якщо кількість зразків не є степеню 2, сигнал може бути знижений до нуля, задля досягнення цього критерію.

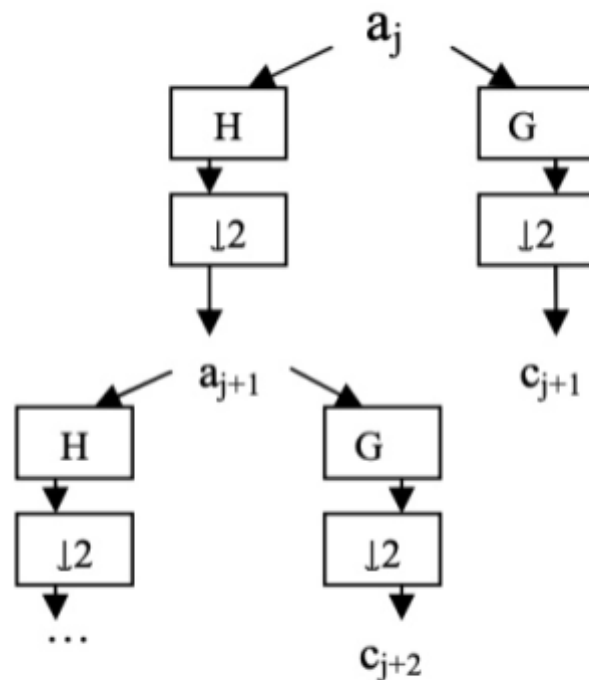


Рис.1 Швидке вейвлет перетворення за допомогою фільтрів

1.3.4 Вейвлет Хаара

Вейвлет Хаара, який Альфред Хаар відкрив у 1910 році є простим у розумінні та доволі потужним інструментом для кодування сигналів. Вейвлет Хаара це постійна функція, яка визначається наступним чином:

$$\Psi_{[0,1]}(r) = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & 0 \leq r < \frac{1}{2}; \\ -1, & \frac{1}{2} \leq r < 1; \\ 0 & \end{array} \right\}$$

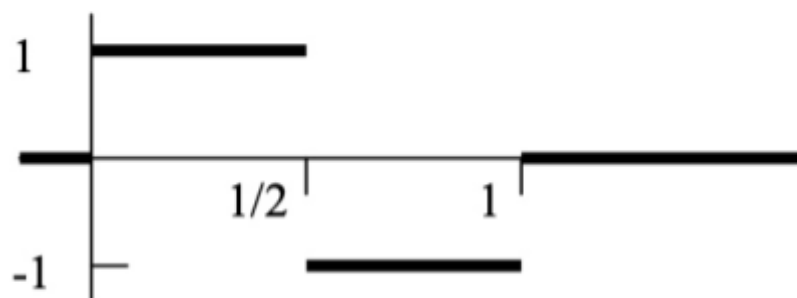


Рис. 2 Вейвлет Хаара

Перетворення вейвлету Хаара рекурсивно замінює сусідні пари кроків сигналу більшим широким кроком. Крок φ це функція, яка дорівнює 1 у неперервній області і 0 в інших випадках. Наприклад, розглянемо простий сигнал F з двома семплами: $\{6, 2\}$. Перетворення вейвлетів Хаара обчислює коефіцієнт середнього значення $(6 + 2) / 2$, та коефіцієнт зміни $(6 - 2) / 2$. Таким чином, середнє значення є коефіцієнтом для широкого кроку, тоді як значення зміни є коефіцієнтом для стандартного вейвлету Хаара. Таким чином ми отримуємо подібний приклад трансформації та її графічну репрезентацію:

$$f = \frac{(6 + 2)}{2} \varphi_{[0,1]} + \frac{(6 - 2)}{2} \psi_{[0,1]}$$

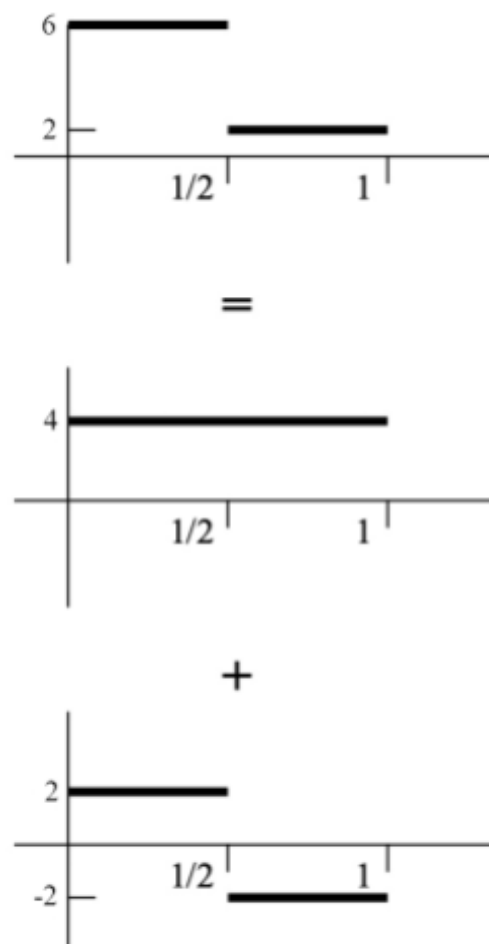


Рис. 3 Приклад перетворення вейвлету Хаара

Розглянемо інший сигнал, що містить 8 семлів: {2, -1, 4, 9, -2, 0, 6, 1}. Трансформація вейвлету Хаара на подібному сигналі буде дотримуватись алгоритму зазначеному на Рис. 1. Перетворення вейвлету в такому випадку потребує $\log(8) = 3$ рівні вкладеності, при цьому рекурсія застосовується для коефіцієнтів середнього значення.

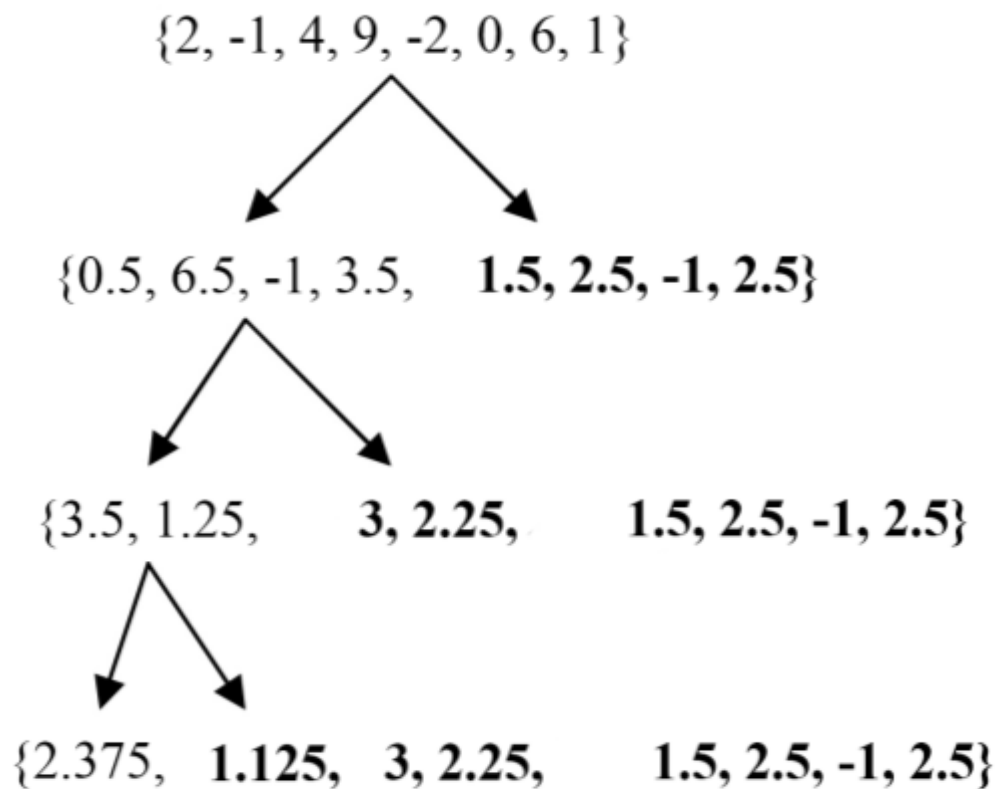


Рис. 4 Приклад вейвлет перетворення Хаара

Однією з відмінностей перетворення Фур'є та вейвлет перетворення полягає в тому, що частотні канали перетворення Фур'є розташовані на однаковій відстані один від одного, в той час як частотні канали при перетворенні вейвлетів розташовані на логарифмічній відстані від одного.

На Рис.4 можна побачити як частота правого каналу, який має коефіцієнти (1.5, 2.5, -1, 2.5) вдвічі більша ніж частота середнього каналу, який має коефіцієнти (3, 2.25). Аналогічно, частота середнього каналу вдвічі перевищує частоту найнижчого каналу, який має коефіцієнт (2.375).

Лівий коефіцієнт є результатом перетворення вейвлету та є середнім значенням всього сигналу.

1.3.5 Вейвлет Добеші

Названий на честь Інґрід Добеші, вейвлет Добеші є складнішим за вейвлет Хаара. Оскільки вейвлети Добеші є безперервними, вони є більш складнішими в обчислювані та використанні, на відміну від вейвлету Хаара, який є дискретним.

Фільтр Добеші можна використовувати для виконання вейвлет перетворення Добеші. Після чого зворотній фільтр може відновити сигнал з наявних вейвлет коефіцієнтів. Наведені рівняння фільтру відображають перетворення вейвлетів Добеші.

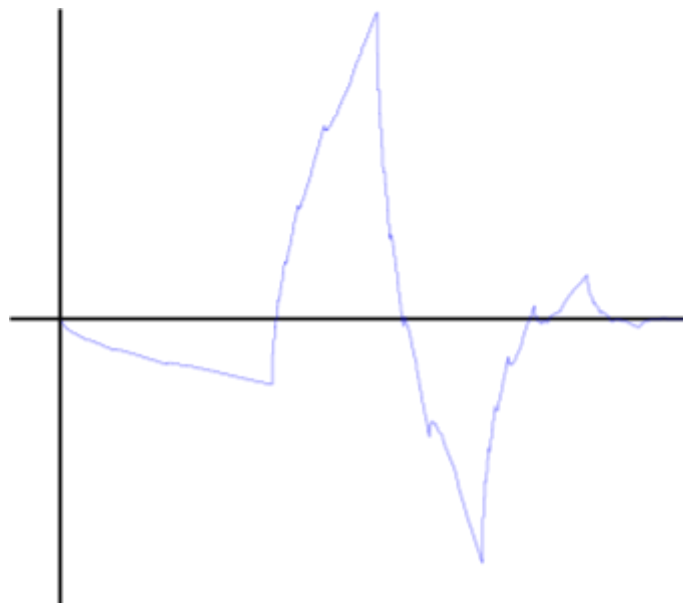


Рис. 5 Вейвлет Добеші

1. $a[n] = S[2n] + \sqrt{3}S[2n + 1]$
2. $c[n] = S[2n] + \frac{\sqrt{3}}{4}a[n] - \frac{\sqrt{3}-2}{4}a[n - 1]$
3. $a[n] = a[n] - c[n + 1]$
4. $a[n] = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}a[n]$

$$5. \quad c[n] = \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} c[n]$$

Наведені рівняння виконуються в послідовному порядку для кожної ітерації вейвлет перетворення. Змінна S є масивом значень сигналу, a зберігає значення коефіцієнтів низької частоти, а C зберігає коефіцієнти високих частот. Кожна наступна ітерація вейвлет перетворення Добеші буде застосовувати наведені рівняння фільтрів до коефіцієнтів низької частоти, допоки алгоритм не зупиниться. Перетворення Добеші так само слідує за загальним алгоритмом, що наведений у Рис.1.

Зворотній алгоритм перетворення вейвлетів Добеші дуже простий у реалізації. Аби отримати сигнал у звичній часово-амплітудній репрезентації необхідно виконати наведені рівняння та обчислення у зворотньому порядку. Таким чином, сигнал S може бути повністю відновлений за умови наявності коефіцієнтів a і c .

Розділ 2 Дослідження предметної області

У якості сигналів для їх дослідження, та подальшого використання у практичній реалізації були обрані декілька варіантів, що включають:

1. Чиста синусоїда (440 герц) без шумів, як контрольний семпл;
2. Синусоїда (440 герц) із додаванням рожевого шуму;
3. Ряд синусоїд від 440 герц, де частота кожної наступної вдвічі більша за попередню
4. Ряд синусоїд від 440 герц як у п.3 із додаванням рожевого шуму.
5. Ряд синусоїд від 440 герц із додаванням статичного шуму (імітація сигналу записаного в реальних умовах)

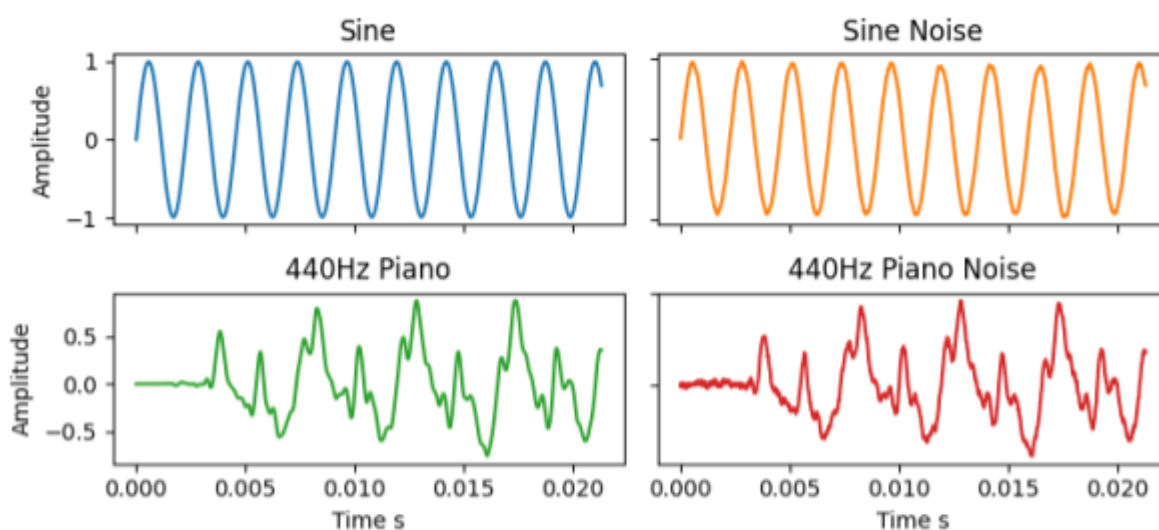


Рис. 6 Форма сигналів

У наведених зображеннях показані приклади використаних сигналів, та їх спектограми, отриманні за допомогою алгоритму швидкого перетворення Фур'є. На них можна побачити, як форма сигналу та спектр частот відрізняються, зокрема на спектограмах наявна велика кількість частот малої з малою амплітудою, проте вони впливають на загальну криву сигналу.

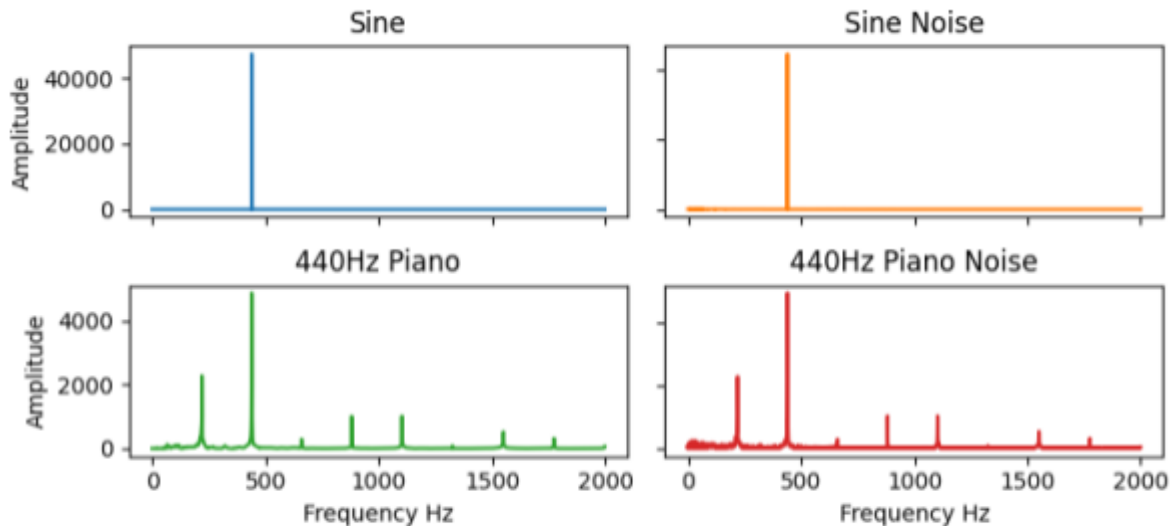


Рис. 7 Спектрограми сигналів

2.1 Підхід до вирішення задачі

Якщо подивитися на порівняння чистого та забрудненого сигналів, можна побачити шум, котрий впливає як на форму самого сигналу, так і на його спектрограму. Оскільки статичний шум, що утворюється як наслідок неправильних умов запису сигналу, або таких, що не є ідеальними, для покращення якості сигналу, та можливості його подальшого застосування, можна припустити, що шум з малою амплітудою є повільно-змінною функцією. Оскільки, спектрально даний шум має низьку варіативність у гучності, та зводиться до середнього значення 1 або 0, в залежності від трансформації значень сигналу, котрі ми можемо застосувати, перед обробкою. Таким чином, припускаючи, що амплітуда сигналу наближається до 1, можна виокремити проміжки, що не мають сильного піку, та є шумом.

Припустимо наступний алгоритм, для аналізу вхідного сигналу, та його подальшої обробки, задля видалення шуму.

1. Зчитуємо вхідний сигнал з файлу, або пристрою;

2. Розбиваємо отриманий сигнал на сегменти, в залежності від амплітуди, таким чином ми можемо зберегти динаміку та чистоту сигналу під час його подальшої обробки;

3. Застосовуємо перетворення сигналу на вибір, для отримання спектрального малюнку вхідного сигналу;

a. Швидке перетворення Фур'є

b. Вейвлет перетворення

4. В отриманому масиві із спектральною інформацією про частоти починаємо рухатись методом вікна, поступово розширюючи його. Таким чином ми можемо визначити відрізки, де частотна динаміка сигналу не має різких змін.

5. Для кожного отриманого сегменту, застосовуємо визначення повільно-змінної функції, аби переконатись, що ці сегменти не мають значимої частотної інформації, оскільки шум має низьку амплітуду.

6. Для кожного сегменту, котрий був визначений як “шум” у попередньому кроці, знижуємо амплітуду до 0, або у відсотковому значні (на вибір)

7. Для отриманого фінального масиву із спектром частот застосовуємо обернену операцію перетворення Фур'є чи вейвлет перетворення аби відновити сигнал у часово-амплітудній формі.

8. Завершуємо виконання алгоритму.

2.2 Недоліки підходу

Даний підхід до обробки сигналів, є доволі дієвим у видаленні шумів із вхідного сигналу, проте має ряд недоліків, про котрі йдеться далі.

2.2.1 Оминання "піків"

Оскільки вхідний сигнал може мати різноманітну як природу, так і фактичну спектральну інформацію, даний підхід до фільтрації шумів,

передбачає, що найважливішою інформацією є пікова інформація, з найбільшою амплітудою. Наприклад, шуми, які вводяться до сигналу, як то статичний шум (гул) на частоті 50 Гц (шум від електромережі, при записі на погано “заземленому” обладнанні) є проблемою, для включення до умовного “вікна”, частот котрі необхідно приглушити, або вирізати повністю.

2.2.2 Проблеми з високими частотами

Зазвичай, будь-який сигнал розподіляється по всій області частотного спектру. У випадках, котрі були проаналізовані в роботі, значна частина корисної інформації знаходиться в межах від 100 Гц до 2000 Гц, із загальним використанням проміжку частот між 30-20000 Гц. Оскільки, будь-який звуковий сигнал залежить від повноти спектру, тож коли відсутні хоч і мінімальні за звучанням та амплітудою частоти між 7000-20000 Гц, звук стає більш закритим та “пересушеним”, бо саме цей проміжок відповідає за суб’єктивне відчуття простору будь-яких звуків.

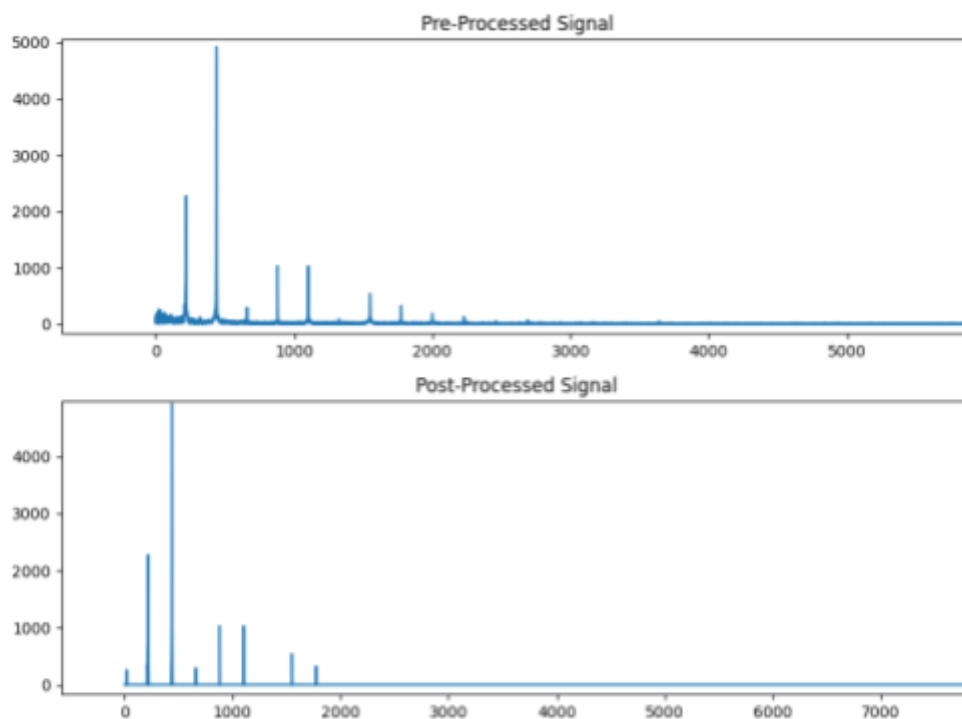


Рис. 8 Приклад “оминання піків”

Компроміс між фільтрацією шуму та збереженням інформації сигналу в проміжку між 7000-20000 Гц, полягає в тому, що шум, що є присутнім на поданих сигналах, простягається на всю ширину спектру, і оскільки амплітуда високих частот не є доволі великою – шум та дійсна інформація змішуються. Саме тому під час застосування алгоритму, цей відрізок частот зазвичай заглушується повністю, крім випадків, коли в тих місцях знаходиться якийсь пік, котрий сильно вибивається з-поміж інших частот високої частоти. Приклад такої поведінки наведений на Рис. 8.

2.2.3 Необхідність налаштування чутливості для визначення шумів

Для визначення фрагментів шуму у вхідному сигналі, використовується припущення про повільно-змінні функції, якою в даному випадку є шуканий шум. Але задля додаткової валідації цього, також використовується наступна умова, котра допомагає пересвідчитись, що частоти поточного проміжку, дійсно повільно змінюються та становлять собою непотрібну інформацію.

$$\frac{f(pos1val)}{f(currentVal)} < 0.1$$

За допомогою цього коефіцієнту, ми можемо пересвідчитись, що зміни сигналу не є значними, де *pos1val* дорівнює значенню першої точки, звідки ми починаємо відлік поточного фрагменту сигналу, а *currentVal* є значенням амплітуди сигналу у поточній точці кроку алгоритму. Також цей коефіцієнт впливає на проблему, що була описана у п. 2.2.2.

2.3 Висновки із запропонованого алгоритму, для вирішення задачі

Запропонований підхід, для вирішення задачі, з видалення шуму сигналів різного типу, має певну кількість переваг та недоліків. У рамках цієї роботи недоліки можуть бути толеровані, оскільки для прикладів

обробки сигналів було використано сигнали малої тривалості, та з обмеженим спектром частот. Для випадків використання наведеного алгоритму в умовах із більш складними сигналами, даний підхід може показувати результати відмінні від ідеальних.

Розділ 3 Практична реалізація

Для практичної реалізації було розроблено застосунок, що аналізує аудіо файли у форматі .wav, та зменшує рівень шуму на записах, знаходячи його фрагменти у вигляді повільно-змінних функцій, та модулюючи їх з використанням перетворення Фур'є або вейвлейт перетворення (на вибір).

1.1 Використані технології

Для практичної реалізації алгоритму описаного у Розділі 2, цієї роботи, було створено python застосунок. Більшість математичних методів, що застосовуються, та допоміжних функцій були взяті із публічних бібліотек, а саме:

1. Numpy – відносно швидка, та проста бібліотека у використанні, котра додає можливість проводити трансформації з масивами. Додатково ця бібліотека надає можливість проведення перетворення Фур'є в декількох формах (від стандартного перетворення Фур'є до швидкого). В даній роботі переважно використовується для роботи з масивами, та псевдо-випадкової генерації чисел.

2. SciPy – бібліотека, що надає значну кількість методів, для проведення математичних трансформацій, а також широкий спектр математичних функцій. Зокрема, дозволяє зчитувати сигнали з файлів або пристроїв, надаючи можливість отримувати дискретні значення сигналу, та конфігурувати його характеристики. В даній роботі переважно використовується для операцій читання-запису, а також обчислення повільно-змінної функції.

3. PyWavelets – бібліотека, що надає інтерфейси та методи для роботи з вейвлетами, їх трансформацією та зворотнім перетворенням, для відновлення обробленого сигналу. Зокрема надає можливість до

використання різних варіацій фільтрів, що були описані у розділах 1.3.3, 1.3.4, 1.3.5. В даній роботі використовується для перетворення сигналу у вейвлет форму, та задля внесення змін до отриманого вейвлету і його повернення до часово-амплітудної форми.

4. Matplotlib – Бібліотека для створення графічних візуалізацій на основі даних. В даній роботі використовується для створення зображень із інформацією про поведінку функцій, а також задля відображення сигналів та їх спектрограм.

1.2 Опис підходу до практичної реалізації

Використовуючи вище зазначені бібліотеки, було створено додаток. Даний застосунок не має користувацького інтерфейсу, окрім змінних, що знаходяться у самому коді програми, та приймає на вхід шлях до файлу, що містить інформацію про сигнал.

```
pos1, pos1val = 0, 0
pos2, pos2val = 0, 0
prevPos = 0
fft_spectrum_abs_copy = fft_spectrum_abs.copy()
print(fft_spectrum_abs[:15])
for i in range(len(fft_spectrum_abs)):
    if pos1val == 0:
        print("[RESET]")
        pos1 = i
        pos1val, prevPos = fft_spectrum_abs[i], i
        continue
    if pos1val / fft_spectrum_abs[i] < 0.1:
        print("[CUT] pos1: {}, pos1val: {}, prevPos: {}, currPosVal: {}".format(pos1, pos1val, prevPos, fft_spectrum_abs[i]))
        fft_spectrum[pos1:prevPos] = 0
        fft_spectrum_abs[pos1:prevPos] = 0
        pos1val = 0
    elif pos1val / fft_spectrum_abs[i] > 1 and np.average(fft_spectrum_abs[pos1:prevPos]) > 300:
        print("[PASS] pos1: {}, pos1val: {}, prevPos: {}, currPosVal: {}".format(pos1, pos1val, prevPos, fft_spectrum_abs[i]))
        pos1val = 0
    else:
        prevPos = i
```

Рис. 9 Лістинг коду з обробкою сигналу

Для перетворення вхідного сигналу, як було вище зазначено використовуються функції з бібліотек Numpy та ruwt. На вибір, користувач може використовувати або швидке перетворення Фур'є, або вейвлет перетворення, аби отримати спектральний розподіл сигналу, в котрий далі будуть вноситись зміни сигналу.

Задля наглядності перетворення, також використовується нормування сигналу, а саме, знаючи розрядність сигналу (16 біт, 24 біт, 32 біт), можна нормувати та отримати абсолютні значення амплітуди певних частот, проте всі зміни до сигналу вносяться в масив із початковими значеннями амплітуди сигналу, оскільки проведення порівняння та відповідності сигналу до умов, на початковому масиві, що містить як від’ємні так і додатні значення амплітуди, підвищує складність реалізації алгоритму. Таким чином умови для проведення змін над сигналом отримуються із масиву з абсолютними значеннями амплітуди, а самі зміни накладаються на масив із фактичною інформацією про сигнал.

Зворотнє відновлення сигналу, відбувається над проведенням інверсії над масивом із модифікованим сигналом, в залежності від обраного підходу до обробки від початку (перетворення Фур’є або вейвлет перетворення).

```
if algo == "fourier":
    noiseless_signal = np.fft.irfft(fft_spectrum)
else:
    noiseless_signal = pywt.idwt(cA, cD, 'db1', 'smooth')

noiseless_signal = np.fft.irfft(fft_spectrum)
write("res.wav", sampFreq, noiseless_signal)
```

Рис. 10 Зворотнє перетворення сигналу та запис у файл

Також задля візуального порівняння варіацій сигналу “до” та “після”, використовується Matplotlib, для побудови двох графіків, на котрих можна побачити якість обробленого сигналу, та відмінності у наявних частотах, зокрема кількість обрізаних частот, та їх проміжки. Дані візуалізації також допомагають пересвідчитись у наявності обробки до сигналу загалом.

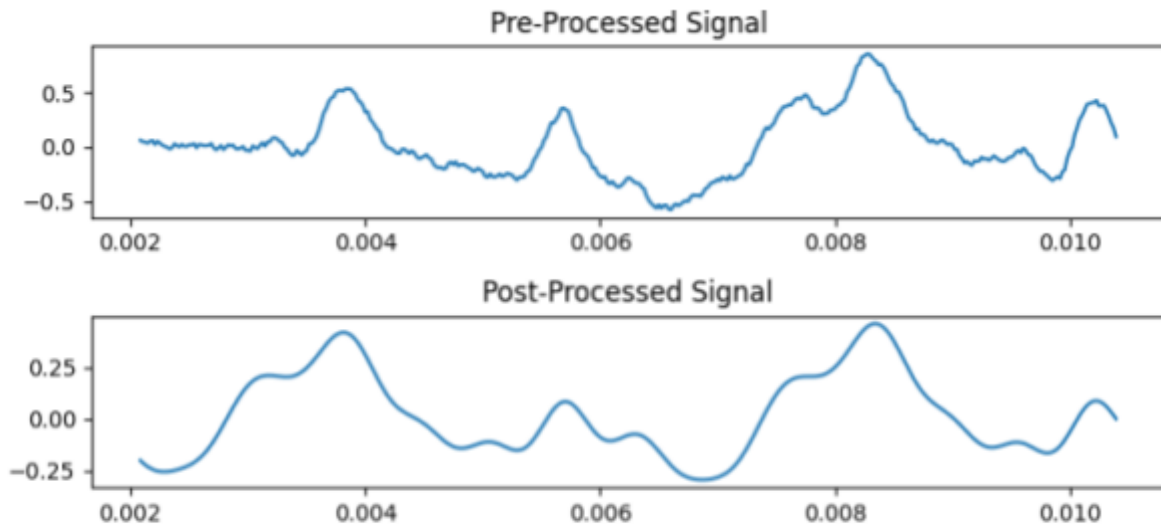


Рис. 11 Відмінність звукової хвилі між початковим та обробленим сигналами

На Рис. 11 можна побачити відмінність хвилі сигналу, та зменшення кількості шумів на ній. Зокрема загальна форма обробленого сигналу має меншу амплітуду в місцях із високою динамікою, оскільки у спектрі високих частот вирізається значно більше інформації сигналу в порівнянні зі спектром низьких частот, де знаходиться основне “тіло” інформації про сигнал. Також в деяких місцях сигналу спостерігається ефект компресії, через що менші за динамікою та амплітудою сигнали стають більш виразними, для деяких випадків обробки такий ефект може бути неприйнятним, проте у випадку обробки звукових сигналів, даним наслідком можна знехтувати.

Висновки

Отже, підсумовуючи проведене дослідження з використання перетворення Фур'є для обробки сигналів із повільно-змінними функціями, можна сказати, що даний підхід має своє місце у галузі обробки сигналів, та має деякі недоліки, робота над подоланням котрих може бути основою для наступних наукових досліджень. Загальний розвиток та вимоги галузей, що працюють над обробкою сигналів, постійно потребує нових інноваційних рішень, оскільки обчислювальні можливості комп'ютерів зростають, та надають можливості для виконання великої кількості алгоритмів у розумних часових проміжках, та у режимі реального часу.

В залежності від галузі застосування алгоритму, наведеного у поточній роботі, він має можливість бути застосованим повністю, або частково, оскільки різні галузі мають різні вимоги до якості та в деяких випадках можуть нехтувати проблемами та неочікуваними ефектами поведінки алгоритму, а деякі ні. У прикладах обробки звуку, котрі використовувались як частина предметної області у даній роботі, даний підхід до обробки сигналу з метою видалення шуму, цей алгоритм може знайти практичне застосування, проте задля застосування у галузях, що потребують значної точності в обчисленнях, даний алгоритм може бути застосований тільки за умови його доопрацювання та подолання недоліків, що були описані у розділі 2.2 даної роботи.

Список літератури

1. *Заболоцький М.* Комплекснозначні повільно змінні функції вздовж кривої та у вершині сектору // Математичний вісник НТШ т. 2 – 2005. – С. 83-91
2. *Karamata J.* Sur un mode de croissance régulière des fonctions // *Mathematica (Cluj)*. – 1930. – V.4.
3. *Oppenheim A.* Schafer R. *Discrete-Time Signal Processing*. 3rd ed. Essex: Pearson New International Edition; 2013. ISBN-10:1–292–02572-7
4. *Bassam, N. A., Ramachandran, V., & Parameswaran, S. E.* (2021). *Wavelet Theory and Application in Communication and Signal Processing*. In (Ed.), *Wavelet Theory*. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.95047>
5. *Arthur A.*, *Signal Processing Applications of Wavelets* (2021). https://www.ics.uci.edu/~asuncion/180/Asuncion_Wavelet_Final.pdf
6. *Gantt C.*, *The Fourier Transform and Signal Processing*. <https://www.gcsu.edu/sites/files/page-assets/node-808/attachments/gantt.pdf>