

А.М. Нагірна

Київський міжнародний університет, Київ

ПІДХІД ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ КОМБІНАТОРНОЇ ЗАДАЧІ УМОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Вступ. Комбінаторні задачі є моделями багатьох прикладних задач в області комп'ютерних технологій, наприклад при створенні сучасних програмних продуктів та алгоритмів. Системне вивчення властивостей комбінаторних множин та їх дослідження описані в багатьох роботах. Особливої уваги заслуговують методи, що враховують комбінаторну природу множини допустимих розв'язків [1-7].

Постановка задачі. Розглянемо оптимізаційну задачу вигляду:

$$Z(\Phi, C_n^k(A)) : \max \{ \Phi(a) \mid a \in C_n^k \}, \quad (1)$$

$$D = \{x \in R^n \mid Gx \leq (\geq) b\}, \text{ де } G \in R^{m \times n}, b \in R^m, \quad (2)$$

де $\Phi(a) = \sum_{j=1}^n c_j x_j$ – цільова функція на комбінаторній множині сполучень C_n^k .

Підхід до розв'язання задачі (1)-(2) полягає у виконанні трьох кроків, які забезпечують знаходження оптимального розв'язку максимізації оптимізаційної задачі з додатковими лінійними обмеженнями на множині сполучень.

На початковому етапі розглядається точка множини сполучень, що є максимальною та відбувається перевірка обмежень (3). При їх виконанні, необхідно здійснити перехід до наступного кроку 2. В протилежному випадку, розглядається наступна точка за спаданням. Будемо вважати, що елементи множини сполучень лексикографічно впорядковані за зростанням.

Необхідною умовою знаходження оптимального розв'язку є формування початкових умов пошуку:

[illegible]

$$\text{де } \Delta b_n = b_n - g_n(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (4)$$

$$\Delta g_i = \Delta g_{i2} - \Delta g_{i1} = (x_i^{g_2} * c_i + x_i^{g_2} * c_i) - (x_i^{g_1} * c_i + x_i^{g_1} * c_i) \quad (5)$$

Слід відмітити, що розраховуються лише прирости обмежень, якщо знайдений приріст перевищує зазначені умови, то не має потреби у відшукуванні наступного, що значно скорочує час пошуку оптимального розв'язку.

При виконанні (3), знайдений опорний розв'язок можна покращити, за умови зростання приросту цільової функції:

$$\Delta f = \Delta f_2 - \Delta f_1 = (x_i^{f_2} * c_j + x_j^{f_2} * c_i) - (x_j^{f_1} * c_j + x_i^{f_1} * c_i) \quad (6)$$

$$\Delta f^{\max} > 0 \quad (7)$$

У випадку не виконання (7), розглядається наступна точка за спаданням при обов'язковому виконанні (3). Якщо ж відбувається повторно спадання приросту цільової функції, то необхідно повернутися до попереднього опорного розв'язку, який і буде оптимальним.

Висновки. В роботі представлено новий підхід до розв'язання оптимізаційної задачі на комбінаторній множині сполучень з додатковими лінійними обмеженнями. Необхідною умовою покращення існуючого опорного розв'язку є зростання приросту функції цілі, при обов'язковому виконанні обмежень. Не має потреби у розрахунках функції цілі та додаткових лінійних обмежень при розгляді точок множини сполучень, достатньо знайти та дослідити їхні прирости.

В подальшому буде досліджено даний підхід для інших комбінаторних множин, з урахуванням зростання потужності множини та використання нелінійної цільової функції в задачі оптимізації.

Список використаних джерел

1. Korte B. Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms. Berlin : Springer, 2018. – 698 p.
2. Koliechkina L. N. Modified Coordinate Method to Solve Multicriteria Optimization Problems on Combinatorial Configurations / L. N. Koliechkina, O. A. Dvirna, A. N. Nagornaya // Cybernetics and Systems Analysis V. 59 Issue 4, 2014. P. 620–626.
3. Пічугіна О.С. Двокритеріальна комбінаторна модель оптимізації телекомунікаційних мереж / О.С. Пічугіна, Л.М. Колечкіна // Математичні машини і системи, 2017. № 4. С. 129–144.
4. Koliechkina L. N. Solving Extremum Problems with Linear Fractional Objective Functions on the Combinatorial Configuration of Permutations Under Multicriteriality / N. Koliechkina, O.A. Dvirna // Cybernetics and Systems Analysis V. 53 Issue 4, 2017. – P. 590-599.
5. Нагірна А. М. Локалізація значення лінійної функції, заданої на множині сполучень / А.М. Нагірна // Математичні машини і системи, 2014. № 5. С. 153-156.
6. Донець Г.П. Оптимізація квадратичної функції на множині розміщень / Г.П. Донець, А.М. Нагірна // Теорія оптимальних рішень. – 2017. – № 1. – С. 15-21.
7. Колечкіна Л.М. Комбінаторна математична модель багатокритеріальної оптимізації при побудові комп'ютерних мереж / Л.М. Колечкіна, А.М. Нагірна // Математичні машини і системи. – 2016. – № 6. – С. 26-41.