

Національний університет «Києво-Могилянська академія»

Факультет інформатики

Кафедра математики

Кваліфікаційна робота

освітній ступінь – бакалавр

на тему: **«МОДЕЛЮВАННЯ СТОХАСТИЧНИХ ІГОР ЗІ СКІНЧЕННИМ
ГОРИЗОНТОМ НА ПРИКЛАДІ ГРИ ГО»**

Виконав: студент 4-го року навчання
освітньої програми «Прикладна
математика»,
спеціальності 113 Прикладна
математика

Федоренко Андрій Юрійович

Керівник: Михалевич В.М.,
доцент, доктор фіз-мат наук

Рецензент _____
(прізвище та ініціали)

Кваліфікаційна робота захищена
з оцінкою _____

Секретар ЕК _____
« ____ » _____ 20 ____ р.

Київ – 2021

ЗМІСТ

Анотація до роботи.....	3
ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1: ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО ГО.....	5
1.1 Правила го.....	5
1.2 Основні структури на дошці.....	7
1.3 Дебюти та їх подальший розвиток.....	10
РОЗДІЛ 2: МОДЕЛЮВАННЯ.....	14
2.1 Основні формальні визначення.....	14
2.2 Застосування теорії на прикладах з го.....	16
РОЗДІЛ 3: РЕАЛІЗАЦІЯ.....	20
ВИСНОВКИ.....	24
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	25

Анотація до роботи

В представленій роботі було проаналізовано багатокрокову гру «го» з точки зору теорії ігор. Для демонстрації теоретичної частини, реалізовано програмний продукт у вигляді гри. Використано мову програмування Python (в основному бібліотеку `pygame` для більш простої роботи з графічними елементами та логікою взаємодії з грою)

ВСТУП

Актуальність теми : Тривалий час гра го вважалася грою, в якій має місце не лише стратегія і чіткий розрахунок, але й краса та майстерність ходів.

Існувала думка, що різноманітним алгоритмам та штучному інтелекту неможливо обіграти людину в го через її складність. Але згодом, світового чемпіона Лі Седола обіграв алгоритм машинного навчання AlphaGo. Хоча його здивуванню не було меж – «Це не хід людини. Я ніколи не бачив, щоб людина робила такі ходи. Так красиво.» [1] - в цій ситуації мав місце інший фактор – AlphaGo був навчений на прикладах тисяч партій найкращих гравців в го. Тому без прикладів людських партій алгоритм навряд чи зміг би навчитися незалежно використовуючи лише обрахунки.

Мета і завдання дослідження : проаналізувати основні принципи та стратегії гри го, провести аналогії з теорією ігор, змодельовати гру.

Наукова новизна отриманих результатів : моделювання та програмна реалізація гри го. Аналіз можливих стратегій. Оскільки го є дивергентною грою – кількість доступних позицій зростає з кожним кроком, важко змодельовати сильний алгоритм, який міг би перемагати найкращих гравців.

РОЗДІЛ 1: ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО ГО

1.1 Правила го

Го – гра для двох гравців, що походить з Китаю та наразі популярна в країнах Азії. Гра проходить на сітці 19 X 19 (Іноді 13 X 13 або 9 X 9). Гравці мають у своєму розпорядженні камені чорного та білого кольорів, чорні ходять першими. Камені можна розміщувати на перетині двох ліній, гравці роблять ходи по черзі. Ціль гри – захопити якнайбільше «території» шляхом оточення її на сітці каменями власного кольору.

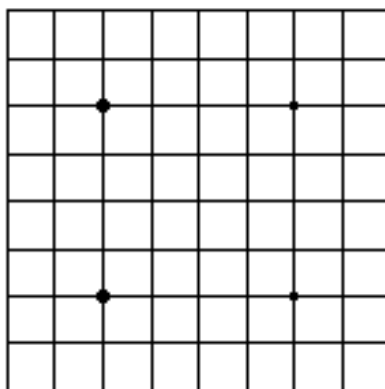


Рисунок 1 – Ігрове поле

На рисунку 2 наведено приклад завершеної гри – чорні захопили праву частину дошки, а білі – ліву. Робити ходи далі не має сенсу, оскільки гравці лише розташовуватимуть камені на вже захоплених територіях. Чорні в результаті мають 30 очків, а білі – 31.

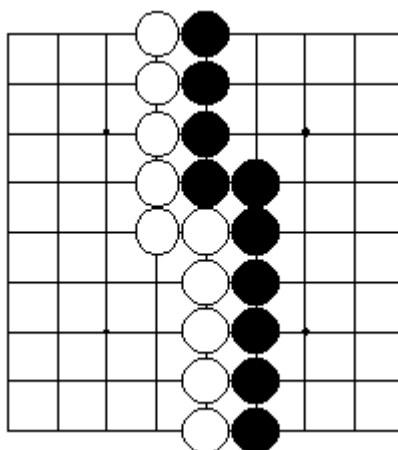


Рисунок 2 – Приклад розподілу територій

Можна захопити камінь опонента, оточивши його в чотирьох напрямках (рисунок 3). В такому випадку, білий камінь в центрі прибирається з дошки і береться в полон - чорні гравці кладуть його зі своєї сторони за межами дошки, а в кінці гри кладуть його на територію суперника, таким чином, прибираючи йому 1 очко.

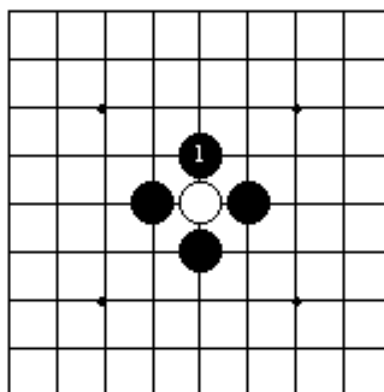


Рисунок 3 – Захоплення чорними білого каменю

Для того, щоб використовувати математику в го, потрібно уточнити ще декілька нюансів в правилах, які роблять гру скінченною, а саме :

- 1) Забороняється робити самовбивчі ходи, тобто розташовувати камінь на повністю оточеній опонентом території. (На рисунку 3 після захоплення білого каменю, білий гравець не має права розташовувати свій камінь знову в оточенні чорних)

2) Правило ко – заборонено двічі повторювати один і той самий хід.

Найбільш яскравий приклад навіщо існує правило ко на рисунку 4.

Якщо чорний гравець захоплює позначений білий камінь, зробивши хід в точку *a*, то білий гравець не може захопити камінь в цій точці в наступний хід, поставивши свій камінь над нею – це призвело б до повторення позиції, і гра могла б зациклюватись.

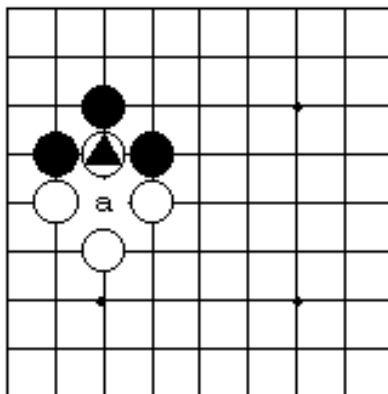


Рисунок 4 – Ситуація з нескінченними кроками

3) Гравець не може пропустити свій хід. Але він може сказати пас, якщо з можливих опцій лише заборонений хід, або доведеться виставляти камені на власні території. Коли обидва гравці пасують, гра завершується.

1.2 Основні структури на дошці

Існують так звані структури, які гравці намагаються побудувати для закріплення своєї переваги на дошці. Після цього їх камені неможливо буде захопити, та суперник не зможе позиціонувати власні камені у деяких точках на дошці.

Основна структура – фортеця. Зазвичай, вона має два «ока». У відповідні позиції всередині фортеці, опонент не може помістити камінь, що дає гравцю повністю захищені 2 очка.

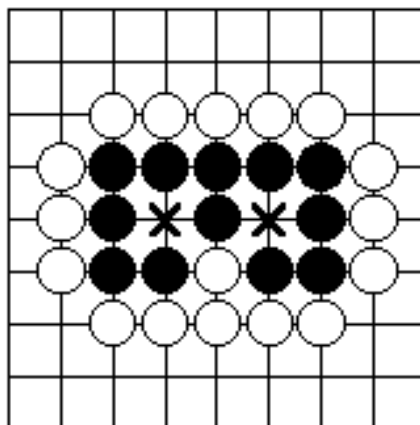


Рисунок 5 – фортеця, що має два «ока»

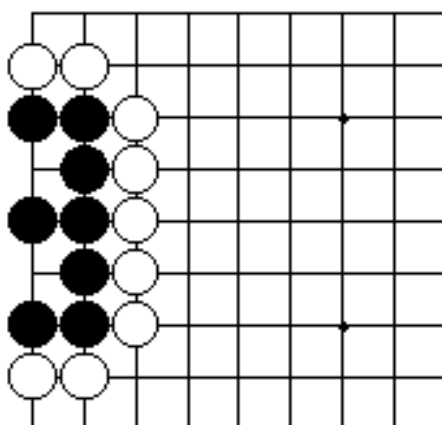


Рисунок 6 – ще один варіант фортеці, розміщений біля краю дошки

Також гравцям важливо поєднувати камені таким чином, щоб опоненту було якнайважче їх розділити. Серед таких способів виділяють міцне з'єднання, коли два камені знаходяться на прямій лінії.

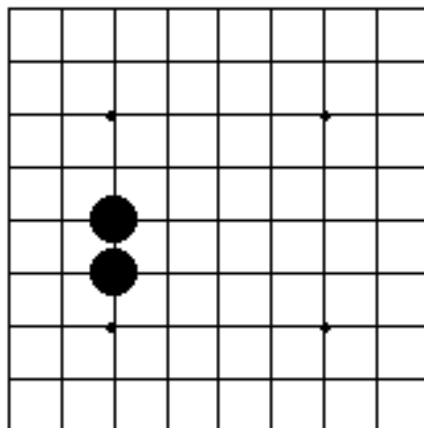


Рисунок 7 – міцне з'єднання

Іще одна варіація міцного з'єднання – розміщення каменів на одній лінії по діагоналі один від одного. І хоч на перший погляд це з'єднання здається ненадійним, на один з двох можливих ходів опонента можна замкнути з'єднання:

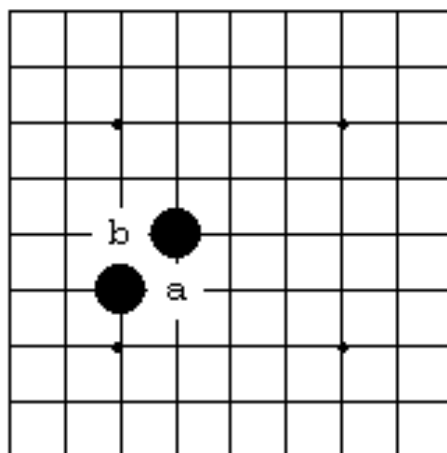


Рисунок 8 – альтернативне міцне з'єднання

На будь-який хід білого гравця в точки a або b, чорні можуть поставити камінь в протилежну позицію, утворивши міцне з'єднання.

1.3 Дебюти та їх подальший розвиток

Початкова стадія гри го називається Фусекі і може тримати до 60 ходів, в середньому – 15-40 ходів. Зазвичай, вважається що фусекі закінчується на моменті початку першої боротьби. Це аналогія дебюту в шахах, але в більш відкритій формі. Гравці в цій стадії розмічають свою майбутню територію, будують плани на всю гру, і вже з першого ходу визначають свою стратегію. Фусекі – найважливіша стадія в го, і умовна поразка під час цієї стадії може призвести до поразки у грі в цілому.

В основі фусекі лежить вибір гравця в якому напрямку від центру розширювати свій вплив на дошці. Впливом, на відміну від територій, називають потенціальні території гравця, які йому найлегше захопити. Очевидно, території в центрі захоплювати важче ніж території в кутах, адже на захоплення останніх витрачається менше ходів. На цьому, відповідно будується основний шаблон : «кут-сторона-центр» [2]

Стандартних дебютних ходів в го п'ять – Хосі, Комоку, Сан-сан, Мокухадзі, Такамоку. Вони відрізняються напрямком експансії гравця, від центру (Хосі) та інші, направлені в сторони країв дошки.

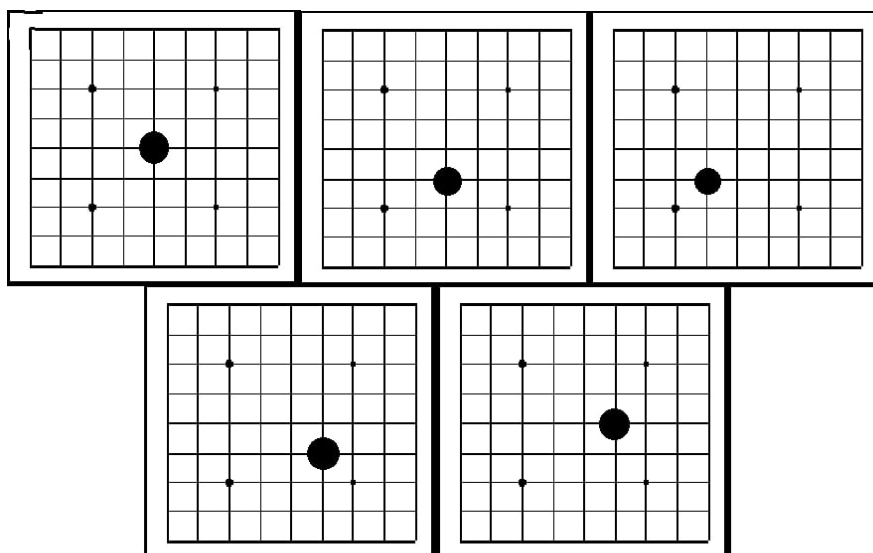


Рисунок 9 – Основні дебютні ходи у порядку перелічених

Хосі є єдиним симетричним ходом, він дає вплив в сторону центру, тому відкриваючись таким чином, не має великого сенсу розвиватись на початку в сторону, що є досить універсальним ходом. Комоку та Сан-сан дають сильний вплив в сторони, що спонукає гравця розширювати свій вплив саме в цих напрямках. Останні ж два дебюти дають як і вплив на центр, так і в одну зі сторін. Зазвичай, дебюти обираються гравцями в залежності від їх стилю гри. Після першого ходу починається розвиток обраних гравцями позицій. Швидкість розвитку може бути високою, у випадку, якщо гравець намагається захопити великі пункти територій, роблячи відповідні заготовки під фортеці, або низькою, якщо гравець обирає тактику міцних поєднань, що уповільнює темп його розвитку, але робить захоплення каменів складнішим для опонента.[3] У грі важливий баланс – якщо намагатися захопити території надто низько, це не дасть достатньої переваги в очках, якщо ж занадто високо – дає опоненту шанс розділити або перервати з'єднання.

Після Фусекі гра переходить в стадію Тюбан – гравці на вже розподіленій дошці захищають свої зони впливу та одночасно атакують

ворожі. На відміну від початкової стадії, позиції в Тюбані зачасту є унікальними та багатоваріативними. В цій стадії гравці грають більше на інтуїції, стараючись розпізнати сильні та слабкі сторони як власних позицій, так і позицій опонента. Але все ж таки можливо виділити один з найпростіших способів захоплення кутової території. Він є ефективним в як і в плані захоплення території, так і в плані впливу на дошці :

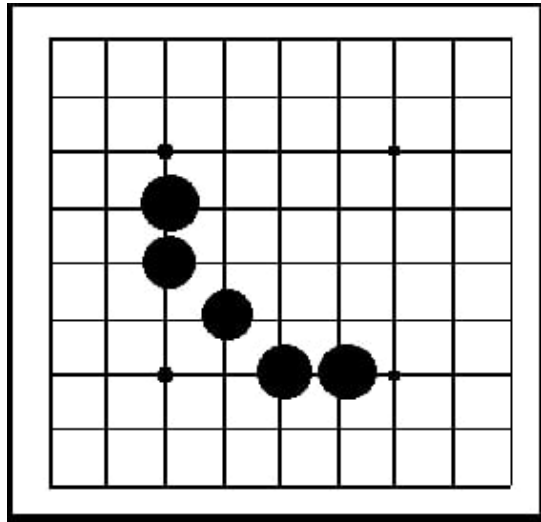


Рисунок 10 – ефективна кутова експансія

Заключною стадією партії є Йосе. Зазвичай, на цій стадії гравці лише закінчують фінальну картину дошки. [4] Це найкреативніша та найважча стадія гри, адже гравець має приділяти увагу не лише локальним зонам на дошці, а й цілісній картині гри. І у випадку рівної сили гравців, надзвичайно важливий підрахунок кожного очка. Найбільш розповсюджена картина на цьому етапі гри – границя території:

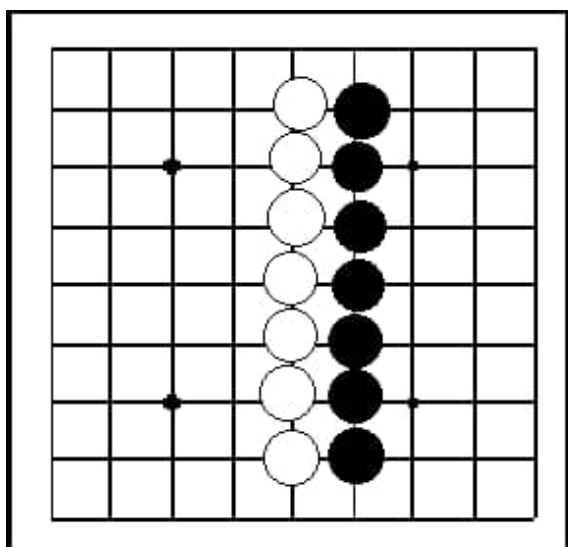


Рисунок 11 – границя території

Ця ситуація постійно розігрується наступним чином : при черзі чорних, гравець позиціонує камінь над білою лінією, після чого білі переривають лінію чорних на позиції зліва від чорного каменю. Відповідні пропуски гравці заповнюють до кінця, отримуючи наступну картину:

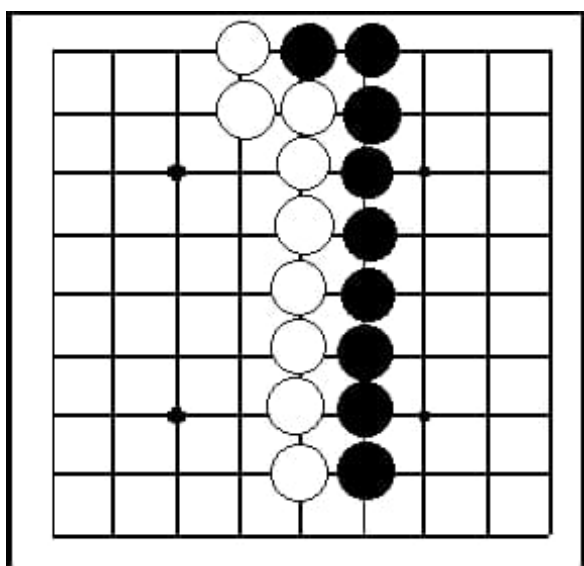


Рисунок 12 – результат поділу території, чорні ходять першими

При ході білих результуюча ситуація отримується абсолютно дзеркальною:

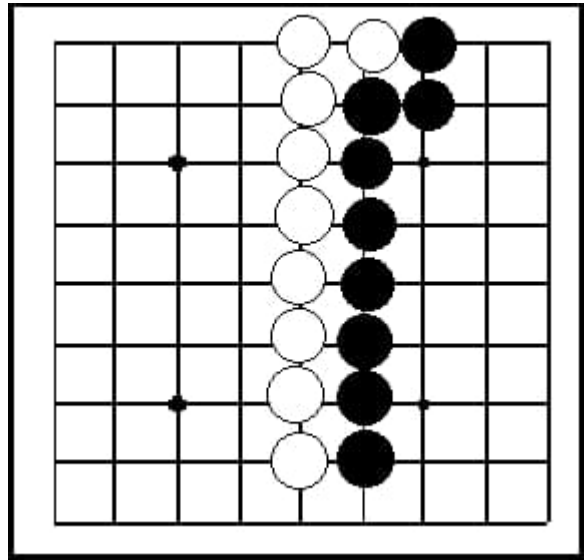


Рисунок 13 – результат поділу території, білі ходять першими

РОЗДІЛ 2: МОДЕЛЮВАННЯ

2.1 Основні формальні визначення

Гра проходить між двома гравцями, які зазвичай називають Лівий (Left) та правий (Right). Гравці роблять ходи покроково, змінюючи поточну позицію гри на позицію на свій вибір з доступних кожному. Відповідні опції чітко прописані правилами гри, і є скінченим набором, адже ми розглядаємо дошку зі скінченною кількістю позицій. Гру називають нормальною якщо гравець, що зробив останній крок перемагає, та невдалою, якщо гравець, що робить останній крок програє. Розглядають неупереджену гру, коли обидва гравці мають однакові набори можливих ходів, та партизанську, коли у гравців різні набори можливих ходів. Го є партизанською грою, адже в залежності від ситуації одному з гравців може бути недоступний конкретний хід. Правила гри гарантують, що вона закінчиться за скінченний час.

Означення 1. Гра G називається комбінаторною, якщо всі ліві та праві опції G також є комбінаторними іграми, де ліві (праві) опції – позиції, в які лівий (правий) гравець може перемістити гру G .

$$G = \{G_1^L, G_2^L, \dots \mid G_1^R, G_2^R, \dots\},$$

де G_i^L - можливі опції лівого гравця на i -му кроці;

G_i^R - можливі опції правого гравця на i -му кроці.

Для спрощення, в загальному вигляді позначається як

$$G = \{G^L \mid G^R\},$$

де $G^L = \{G_1^L, G_2^L, \dots\}$;

$G^R = \{G_1^R, G_2^R, \dots\}$.

Це означення є рекурсивним, що зводиться до бази яку називають порожньою грою, в якій у обох гравців просто немає доступних ходів.

Означення 2. Для даної гри G , можна сказати що вона належатиме до одного з вихідних класів, враховуючи оптимальні дії обох гравців:

N (Next) – гравець, що ходить перший, завжди перемагає;

P (Previous) – гравець, що ходить перший, завжди програє;

L (Left) - лівий гравець завжди перемагає у грі;

R (Right) – правий гравець завжди перемагає у грі.

Теорема 1. Кожна комбінаторна гра належить рівно одному з вихідних класів з означення 2.

Доведення цієї теореми базується на індукції та наведене в джерелі [5].

Теорема 2. *Комбінаторна гра G еквівалентна 0 тоді і тільки тоді, коли G належить до вихідного класу P , де 0 визначається як $\{\emptyset|\emptyset\}$.*

Доведення цієї теореми наведене в джерелі [6].

Визначивши нульову позицію, ми можемо визначити інші числа в іграх.

Означення 3. Ми визначаємо 1 як $\{0|\emptyset\}$, відповідно будь-яке число $n+1$ визначаємо як $\{n|\emptyset\}$.

Додатнє число n означає, що у лівого гравця на n вільних кроків більше, ніж у правого гравця. Для від'ємних чисел, ситуація протилежна : ми позначаємо число $-m$ як $\{\emptyset|m-1\}$.

2.2 Застосування теорії на прикладах з го

Використовуючи попередні означення, нульові позиції в го – це позиції, в яких у обох гравців відсутні дозволені правилами ходи. Це може трапитись, коли на дошці не залишається вільного місця, гравець не має права робити самовбивчий хід, або коли гравець за правилом ко не має може помістити камінь на вільний перетин.

Якщо ж, наприклад, у чорних (Лівий гравець) захоплений білий камінь, тоді єдиним кроком буде повернення цього каменю білим (Правий гравець), що приводить гру в нульову позицію. В такому разі у білих немає

дозволених ходів, що робить гру вигляду $\{0|\emptyset\}$, що за означенням є 1.

Аналогічно, наприклад, -1 за означенням – ситуація $\{\emptyset|0\}$, коли білі мають захоплений чорний камінь. Якщо гравці мають рівну кількість захоплених каменів, то гра переходить в повернення каменів одне одному, і в такому разі другий гравець перемагає.

Яскравим прикладом ситуації 1 на дошці є фортеця з одним оком. В такому випадку чорні мають рівно 1 можливий хід, в той час як білі не мають доступних ходів.

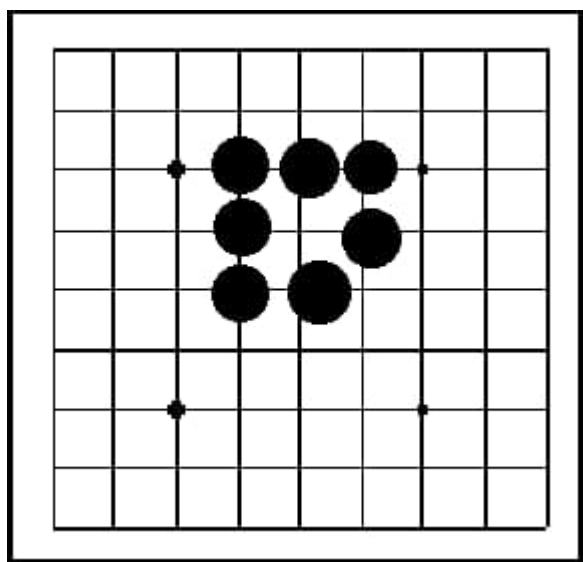


Рисунок 14 – фортеця з одним оком як гра, еквівалентна 1

Прикладом гри з позицією 2 може бути фортеця з двома очима, аналогічно першому прикладу, або ж фортеця з одним оком, яке займає дві клітини :

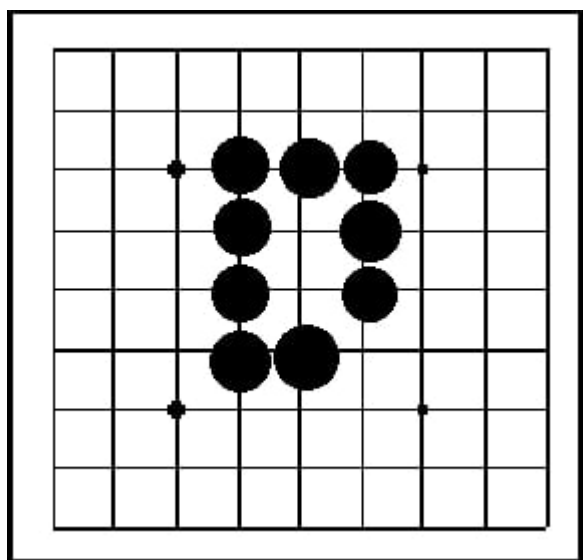


Рисунок 15 – фортеця з подвійним оком як гра, еквівалентна 2

Прикладом позиції $\{0|0\}$ є класична ситуація, що називається «дама».

У обох гравців єдиним можливим кроком є положення в центрі фігури (Не розглядаючи зовнішній вплив, лише території).

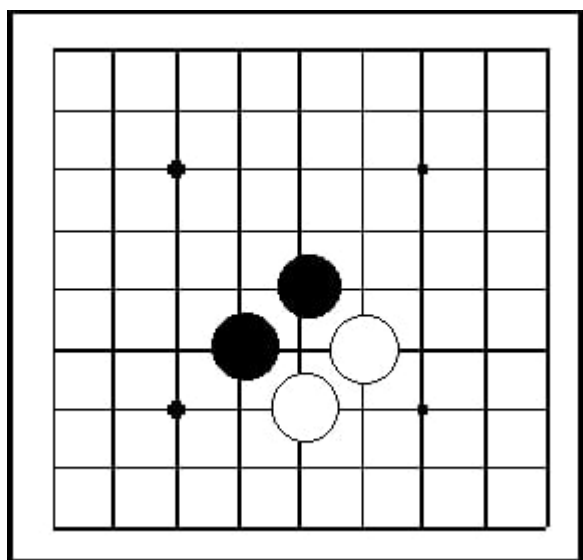


Рисунок 16 – «дама»

Іще однією відомою фігурою в пізній грі є так званий «коридор». Це одна з найпростіших нетривіальних позицій в го. І у чорних, і у білих є велика кількість можливих кроків. Для зручності, введемо систему координат на дошці :

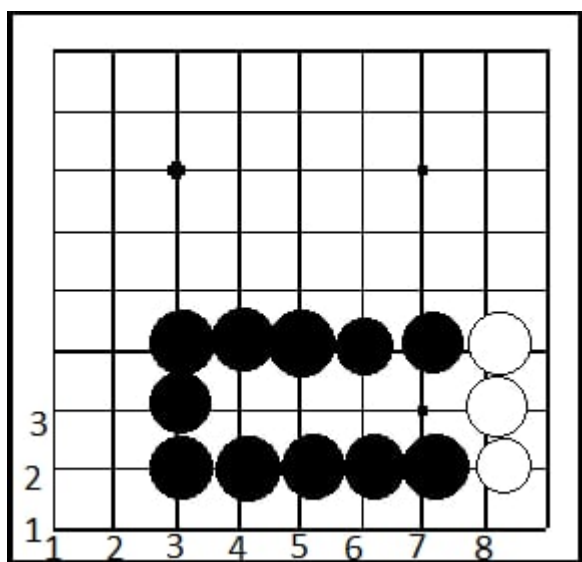


Рисунок 17 – «коридор»

В такій ситуації гра набуває вигляду $\left\{3 \mid \left\{2 \mid \left\{1 \mid \{0 \mid 0\}\right\}\right\}\right\}$. Коридори досліджені детально у джерелі [7].

РОЗДІЛ 3: РЕАЛІЗАЦІЯ

Тепер основна практична частина – реалізація гри го на мові програмування Python. Реалізуємо спрощену модель гри, але зі збереженнями всіх основних правил, заборон, та концепцій, а саме: гравці робитимуть дії покроково, але для спрощення камінь може бути покладений лише на власність опонента, тобто, на одне з суміжних перехресть до каменів опонента. Це дозволяє змодельовати конфліктні ситуації ближче, не витрачаючи ресурси та не відволікаючись на глобальну картину, яка є креативною складовою гри.

Також заборонено суїцидальний хід. Якщо на полі існуватиме група каменів з лише однією власністю під контролем, то кравець буде вимушений захистити її. Для спрощеного процесу гра закінчиться якщо хоча б один камінь буде захоплений у полон.

Для початку візуалізуємо за допомогою бібліотеки pygame ігрове поле :

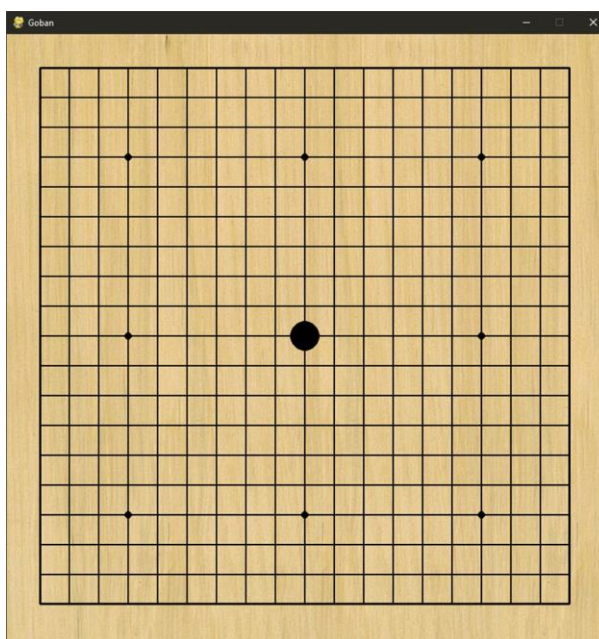


Рисунок 18 – Ігрове поле

Чорні завжди ходять першими та розміщують свій камінь в центрі, як у дебюті Хосі.

Далі реалізація вже названих можливих ходів, які будуть підсвічуватись синім кольором для поточного гравця :

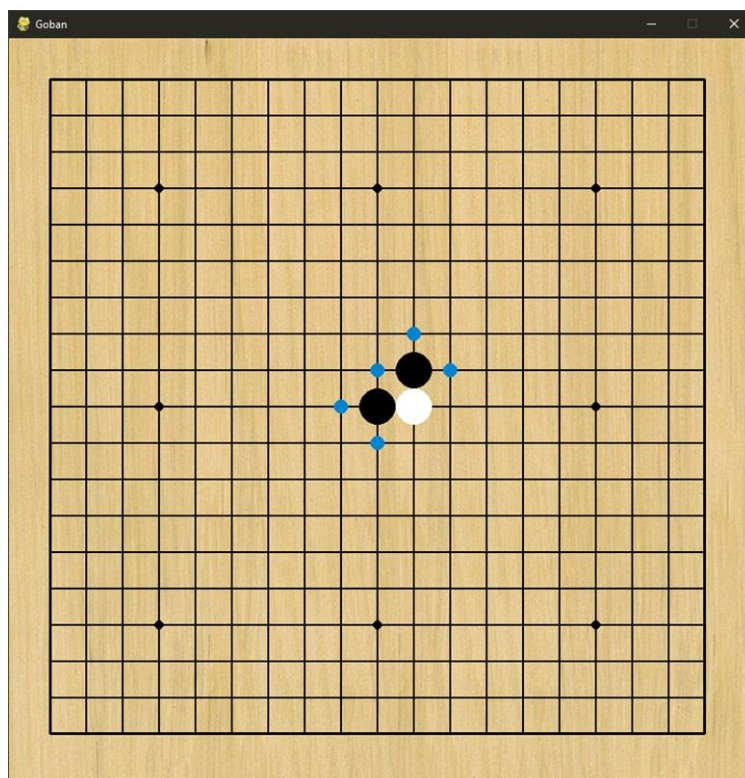


Рисунок 19 – Доступні білому гравцю ходи

Якщо територія має лише 1 власність, для запобігання програшу, гравець обмежується лише єдиним доступним ходом, а саме перешкодженням захоплення свого каменю :

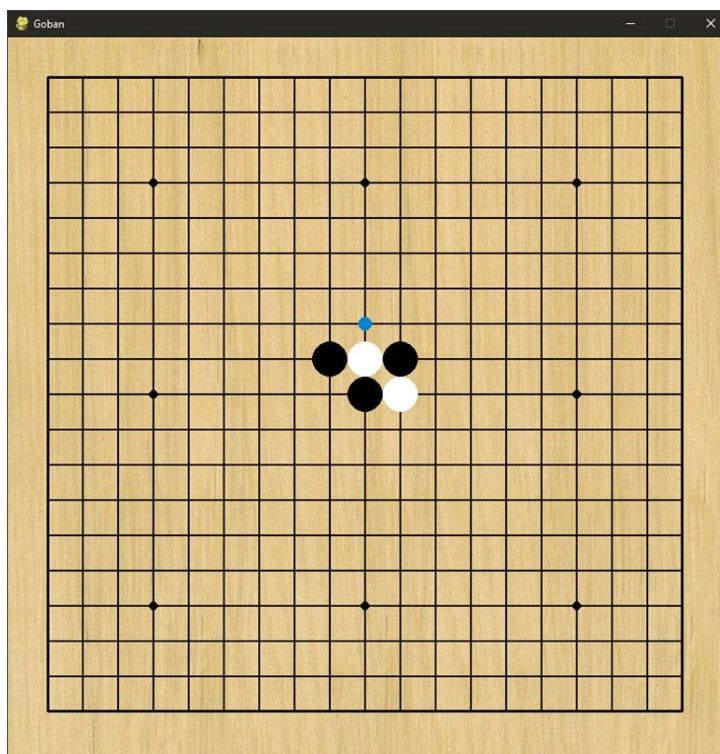


Рисунок 20 – білі обов'язково мають не дати захопити камінь

Отже, гра триватиме проти алгоритму, який визначає серед усіх територій найбільш оптимальні ходи, і намагається перемогти гравця.

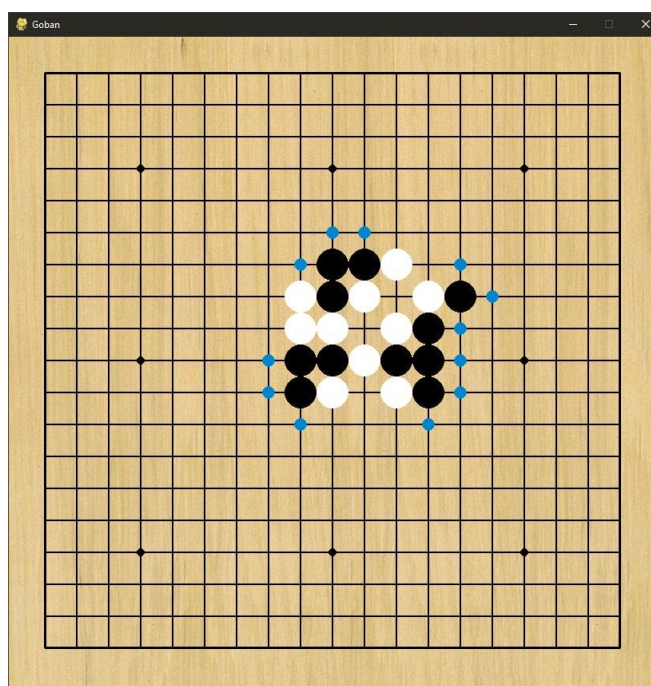
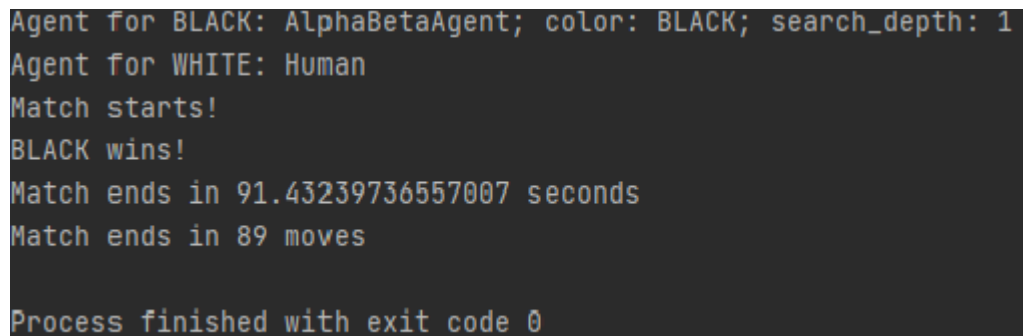


Рисунок 21 – вигляд дошки в середині гри

Оголошення суперників перед грою та переможця відбувається в консолі. Гравець завжди грає за білих, комп'ютерний опонент – за чорних. Але також присутній режим двоє за одним комп'ютером. Він влаштований за замовчуванням, але для запуску гри одному потрібно змінити параметри запуску файлу match.py. Для гри з опонентом за «жадібною» стратегією -
`./match.py -b random` , для гри з опонентом за принципом мінімакс -
`./match.py -b minimax`



```
Agent for BLACK: AlphaBetaAgent; color: BLACK; search_depth: 1
Agent for WHITE: Human
Match starts!
BLACK wins!
Match ends in 91.43239736557007 seconds
Match ends in 89 moves

Process finished with exit code 0
```

Рисунок 22 – оголошення суперників перед початком гри та переможця

ВИСНОВКИ

Розроблений застосунок спрощеного вигляду, який моделює покрокову гру «го». Разом з підказками, гравець не зможе допустити машинальних помилок. Глибина пошуку комп'ютерного опонента – лише одиниця, тобто, він прораховує цінність ходів за допомогою алгоритмів теорії ігор, але лише на один хід, що навряд чи робить його конкурентом професійному гравцю в го. Можливі покращення алгоритму – збільшення глибини пошуку хоча б до 2, що дозволить комп'ютерному опоненту бути ще сильнішим. Але це потребує доробки та більших ресурсів.

Можливе застосування програми – тренування новачків, що дало б їм змогу розвинути свої навички саме на етапі битви за територій, а також спостерігати і аналізувати ходи алгоритму, адже ліміту по часу на хід немає.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Go, AI and Game Theory [Електронний ресурс] Доступ - <https://digitopoly.org/2016/03/12/go-ai-and-game-theory>
2. Corners, then sides, then center [Електронний ресурс] Доступ - <https://senseis.xmp.net/?CornersThenSidesThenCenter>
3. Kajiwara Takeo. The Direction of Play. — Ishi Press, 1979. — 248 p.
4. Basic endgame theory [Електронний ресурс] Доступ - <https://senseis.xmp.net/?path=Endgame&page=BasicEndgameTheory>
5. Michael Albert, Richard Nowakowski, and David Wolfe: "Lessons in play: an introduction to combinatorial game theory." AMC 10 (2007): p.12.
6. Michael Albert, Richard Nowakowski, and David Wolfe: "Lessons in play: an introduction to combinatorial game theory." AMC 10 (2007): Section 4.1
7. David Wolfe "Mathematics of Go : chil"