

ТЕХНОЛОГІЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ НАДВЕЛИКИХ ЗАДАЧ НА СУПЕРКОМП'ЮТЕРАХ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Робота присвячена створенню універсальної математичної моделі надвеликих систем споруда-основа із застосуваннями теорії методу скінченних елементів (МСЕ), суперелементів і технології паралельних обчислень для чисельного аналізу та прогнозу поведінки складних просторових систем у всьому діапазоні силових та деформаційних навантажень.

1. Математична модель

Побудова вирішального рівняння МСЕ для системи споруда-основа (рис. 1) при нерівномірних деформаціях земної поверхні на основі класичного варіаційного принципу Лагранжа [15; 16]:

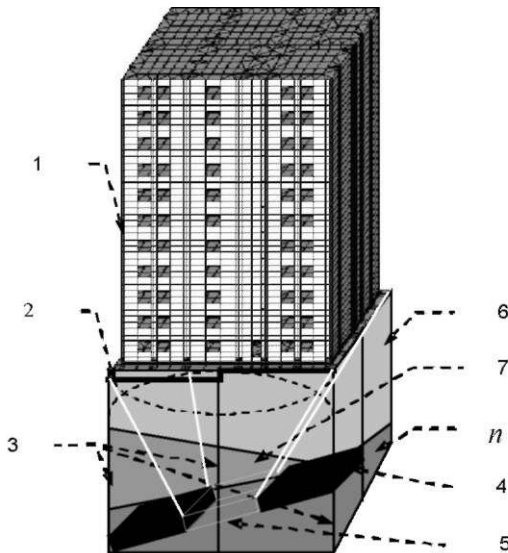


Рис. 1. Схема об'єкта дослідження: 1 - просторова система споруди; 2 - закони деформування земної поверхні; 3 - вертикалі геологічного розрізу; 4 - пласт на глибині ~1000 м; 5 - виробка; 6, 7, ..., n - шари ґрунтової основи

Повна потенціальна енергія просторової системи споруда-основа:

$$\Pi = U - W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma \epsilon d\Omega - \int_{\Omega} p u d\Omega,$$

де U - потенціал деформації; W - потенціал зовнішніх сил.

З умови мінімуму функціонала повної потенціальної енергії системи визначаються невідомі ступені свободи:

$$\frac{\partial}{\partial q_i} \Pi(q) = \frac{\partial}{\partial q_i} U(q) - \frac{\partial}{\partial q_i} W(q) = 0; i = 1, 2, \dots, n.$$

Після диференціювання функції багатьох змінних система алгебраїчних рівнянь у матричних символах має вигляд:

$$[K] \{q\} = \{P\},$$

де $[K]$ - матриця жорсткості системи споруда-основа;

$\{q\}$ - вектор ступенів свободи системи;

$\{P\}$ - вектор зовнішніх сил системи (вага споруди, вплив від нерівномірних деформацій земної поверхні).

Дискретизація скінченними елементами (СЕ) системи споруда-основа приводить до такого виразу:

$$\Pi = \sum_{r=1}^n \Pi_r = \sum_{r=1}^n U_r - \sum_{r=1}^n W_r.$$

Вирішальне рівняння рівноваги системи споруда-основа:

$$\frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{r=1}^n \Pi_r(q_i) = \frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{r=1}^n U_r(q_i) - \frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{r=1}^n W_r(q_i),$$

з якого випливає:

$$\frac{\partial}{\partial q_r} U(q_r) = [k]_r \{q\}_r, \quad \frac{\partial}{\partial q_r} W(q_r) = \{P\}_r.$$

З принципу можливих переміщень елемент матриці жорсткості r -го СЕ:

$$k_{ij,r} = \int \sigma_i \epsilon_j d\Omega.$$

Форма переміщень по області r -го СЕ:

$$u_r = \sum_{i=1}^n q_i f_i.$$

Апроксимуючий поліном розподілу переміщень f^i відповідає q^i ступеню свободи.

Компоненти НДС r -го СЕ:

$$\begin{aligned}\{\varepsilon\}_r &= [D][u]_r \{q\}_r; \\ \{\sigma\}_r &= [E]_r \{\varepsilon\}_r; \\ \{R\}_r &= [k]_r \{q\}_r,\end{aligned}$$

де $[u]_r$ - матриця апроксимуючих функцій переміщень r -го СЕ.

Дискретизація суперелементами (ССЕ) системи споруда-основа дозволяє представити схему побудови вирішального рівняння аналогічно СЕ, крім побудови матриці жорсткості й вектора вузлових навантажень ССЕ, що визначаються не в явному вигляді, як для СЕ, а в результаті чисельного розрахунку і побудови апроксимуючих функцій ССЕ $[u]_c$.

Розглядаючи ССЕ як СЕ, для яких матриця жорсткості будується не аналітично, а за допомогою чисельного розрахунку, можна застосувати дві схеми побудови матриці жорсткості.

Схема 1 побудови матриці жорсткості ССЕ полягає в тому, що на супервузлі розглянутої підсистеми накладаються в'язі, а елементи матриці жорсткості визначаються як реакції в цих в'язях від послідовних одиничних переміщень по їхньому напрямку. Для ССЕ побудова матриці жорсткості і вектора вузлових навантажень виконується як для звичайного СЕ з підстановкою $[u]_c$ замість $[u]_r$.

Схема 2 побудови матриці жорсткості ССЕ, яка реалізована в ПК ЛІРА, базується на виключенні за Гаусом невідомих внутрішніх вузлів ССЕ. Частина, що залишилася, невиключених невідомих відповідних супервузлів буде матрицею жорсткості ССЕ.

Вирішальне рівняння рівноваги для ССЕ описується за аналогією з СЕ у звичайній компактній формі:

$$[k]_c \{q\}_c = \{R\}_c,$$

де $[k]$ - матриця жорсткості ССЕ;

$\{q\}$ - вектор невідомих зовнішніх вузлів ССЕ;

$\{R\}$ - вектор зовнішніх навантажень ССЕ.

Для чисельної реалізації побудовано великі програмні комплекси [1], www.lira.com.ua.

Схема розрахунку системи споруда-основа методом скінченних елементів та суперелементів показана на рис. 2.

2. Метод нелінійного аналізу

Для розв'язання фізично нелінійної задачі застосовується метод послідовного навантаження, за допомогою якого нелінійна система рівнянь замінюється рекурентною послідовністю лінійних. Застосування загального методу нелінійного аналізу дозволяє простежити дійсне поведення системи протягом усього навантаження,

починаючи з ненавантаженого стану, включаючи стан нелінійного деформування матеріалів конструкцій і ґрунту і завершуючи процес навантаження руйнуванням системи. При цьому величина руйнівного навантаження визначається у процесі нелінійного розрахунку на основі прийнятих критеріїв руйнування по досягненні граничних деформацій або граничних напружень в елементах системи [2; 3; 15; 16].



Рис. 2. Загальна схема автоматизації розрахунку системи споруда-основа методом скінченних елементів та суперелементів

Універсальний алгоритм розв'язання фізично нелінійної задачі. Розв'язання нелінійної задачі виконується кроковим методом послідовного навантаження. Для визначення компонентів НДС системи на кожному ступені навантаження використовується МСЕ у переміщеннях.

Схема методу послідовного навантаження. Призначається число видів навантажень $j \geq 1$ і число ступенів навантаження $i^{(m)} \geq 1$ для кожного m -го виду навантаження.

Установлюються закони навантаження і визначаються прирости вузлових навантажень для кожного m -го виду навантаження $\Delta P^{(m, n)} = \lambda^{(m, n)} P^{(m, n)}$.

Обчислюються дотичні жорсткісні характеристики і на їх основі коефіцієнти матриці жорсткості r -го СЕ $k_r^{(m, n-1)}$, що відповідають $q^{(m, n)}$.

Підсумовуючи відповідні коефіцієнти, будується $K^{(m, n-1)}$.

Визначаються прирости ступенів свободи $\Delta q^{(m, n+1)}$ з вирішального рівняння МСЕ системи споруда-основа на $n + 1$ ступені m -го виду навантаження:

$$\sum_{m=1}^j \sum_{n=1}^{i(m)} K^{(m, n+1)} \Delta q^{(m, n+1)} = \sum_{m=1}^j \sum_{n=1}^{i(m)} \Delta P^{(m, n+1)},$$

За отриманими визначаються прирости компонентів НДС СЕ: $\{\Delta \varepsilon\}_r^{(m, n+1)}$, $\{\Delta \sigma\}_r^{(m, n+1)}$.

Визначаються сумарні значення компонентів НДС системи після $n + 1$ ступеня навантаження:

$$q^{(m, n+1)} = q^{(m, n)} + \Delta q^{(m, n+1)},$$

$$\{\varepsilon\}_r^{(m, n+1)} = \{\varepsilon\}_r^{(m, n)} + \{\Delta \varepsilon\}_r^{(m, n+1)},$$

$$\{\sigma\}_r^{(m, n+1)} = \{\sigma\}_r^{(m, n)} + \{\Delta \sigma\}_r^{(m, n+1)}.$$

3. Експериментальне обґрунтування достовірності математичної моделі та методу

Адекватність математичної моделі та загального методу автоматизації нелінійного розрахунку систем споруда-основа обґрунтована зіставленням даних чисельних досліджень з результатами відомих вітчизняних і зарубіжних експериментальних досліджень нелінійного деформування стрижнів, пластин, ґрунтів і натурних випробовувань споруд при силових та деформаційних навантаженнях, зокрема 9-поверхової експериментальної споруди на підроблюваних територіях Донбасу [13; 17].

Загальна характеристика експериментальної 9-поверхової споруди серії 179, запроєктованої КиївЗНДІЕП за участю Донецького Промстрой-НДІпроєкту. Несуча просторова система споруди довжиною 26,4 м утворена із системи подовжніх і поперечних несучих стін, об'єднаних дисками перекриттів. Висота поверху - 2,8 м, проліт перекриттів в осях - 5,7 м. По периметру всіх стін споруди запроєктовані поверхові залізобетонні пояси, розташовані в конструкціях стінових панелей.

Для проведення комплексу чисельних досліджень побудовано такі три комбінації чисельних просторових моделей експериментальної споруди при ступінчатих деформаціях земної поверхні: **модель 1** лінійна споруда - лінійна основа; **модель 2** лінійна споруда - нелінійна основа; **модель 3** нелінійна споруда - нелінійна основа.

Лінійна просторова модель 1 (рис. 3, 4) побудована на основі декомпозиції споруди із таких типів суперелементів з використанням пластинчатих СЕ в умовах плоского напруженого стану і вигину: **суперелемент 1** підвалу; **суперелемент 2** 1-го поверху; **суперелемент 3** типових 2-, 4-, 6-, 8-го поверхів; **суперелемент 4** типових 3-, 5-, 7-, 9-го поверхів; **суперелемент 5** технічного поверху; **суперелемент 6** перекриттів поверхів. Основна схема включає модель поверхні основи та модель балкового фундаменту з вико-

ристанням стрижневих СЕ в умовах просторового навантаження.

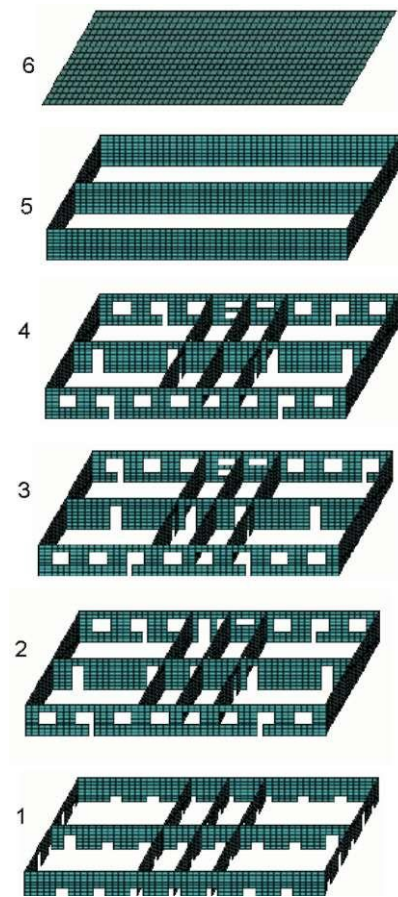


Рис. 3. Декомпозиція споруди на основі суперелементів

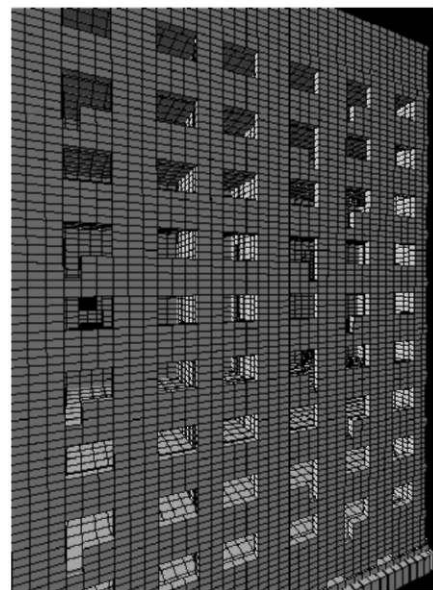


Рис. 4. 3D модель споруди

Нелінійна просторова модель 2 побудована на основі одного типу суперелемента, що включає лінійні пластинчаті і стрижневі СЕ несучої

системи споруди (балкові фундаменти, зовнішні і внутрішні стіни, перекриття і покриття) і фізично-нелінійної скінченноелементної моделі поверхні основи в умовах просторового навантаження.

Нелінійна просторова модель 3 побудована на основі фізично нелінійних пластинчатих і стрижневих СЕ несучої системи споруди і фізично нелінійних стрижневих СЕ поверхні основи в умовах просторового навантаження. Схема навантажень моделей 1, 2, 3 прийнята згідно зі схемою натурних випробовувань споруди, яка складається із 11 етапів навантажень: 1-го силового та 10-ти деформаційних навантажень. Траєкторія навантажень нелінійних моделей 2, 3 прийнята рівномірною з величиною ступеня навантаження, що дорівнює 5 % від величини навантаження, тобто 20 ступенів кожного виду навантаження:

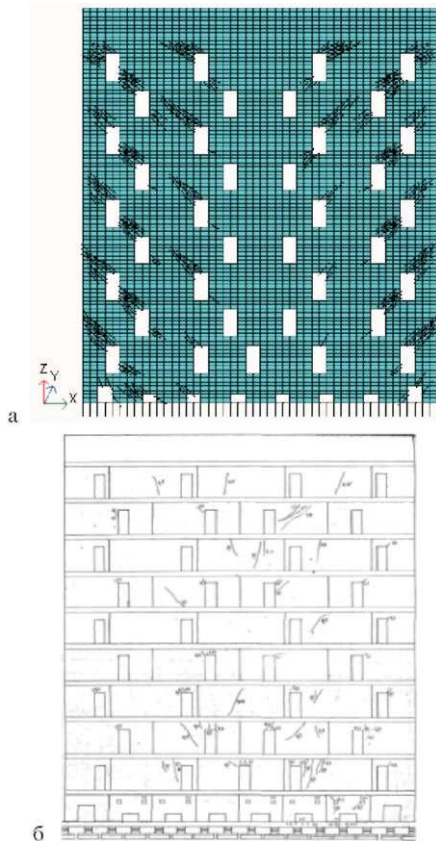


Рис. 5. Скінченноелементна модель 3 (а), натурний експеримент (б): схеми розвитку тріщин у внутрішній подовжній стіні

Аналіз отриманих результатів чисельних досліджень свідчить про суттєву якісну і кількісну відмінність у розподілі напружень у просторових моделях 1, 2, 3. Суттєве вирівнювання за висотою стіни і зниження максимальних за абсолютною величиною головних напружень отримано у просторовій моделі 2 за рахунок нелінійного моделювання поверхні основи. При

використанні моделі 3, нелінійна споруда-нелінійна основа, величини головних напружень $N1$ і $N3$ практично вирівнюються за висотою споруди, а також суттєво знижуються їхні максимальні значення за абсолютною величиною порівняно з даними лінійної моделі 1. Отримані багаторазові зниження значень головних напружень, у 2-3 рази порівняно з даними лінійно-пружного розрахунку, дозволили забезпечити допустимий за умовами експлуатації споруди рівень розкриття тріщин при заданих параметрах деформацій земної поверхні. Наведена на рис. 5 розрахункова схема розкриття тріщин і зон їхнього розподілу по подовжній стіні практично збігається з аналогічними даними натурного випробовування споруди.

4. Низка практично важливих задач

Можливості запропонованого загального методу чисельного аналізу розглянутих класів об'єктів ілюструються шляхом розв'язання низки складних практично важливих задач, наприклад чисельного аналізу безпеки реконструкції 14-поверхового аварійного житлового будинку, зведеного на слабких ґрунтах у Москві, 9-поверхових аварійних житлових будинків у Тбілісі та Катовіце (Польща) [4-17].

Чисельний аналіз безпеки реконструкції аварійного 14-поверхового аварійного житлового будинку в Москві. Основною метою чисельного аналізу було встановлення граничної величини нерівномірності вертикальних переміщень домкратів автоматизованої домкратної системи для безпеки вирівнювання й експлуатації аварійного об'єкта. Особливістю об'єкта, зведеного на слабких ґрунтах Москви, було те, що 14-поверховий житловий будинок з поперечними несучими стінами і розмірами у плані 15 x 56 м був запроєктований на палючих фундаментах (довжина паль 6 і 7 м) без урахування можливих нерівномірних осідань основи. Після зведення споруди в результаті навантажень від нерівномірних деформацій основи максимальна величина відхилення споруди від вертикалі в поперечному напрямку досягла 75 см (16,7 мм/м), що більше ніж на порядок перевищувало граничну нормативну величину.

Для чисельного аналізу побудовано просторову скінченноелементну модель 14-поверхової споруди відповідно до проектних геометричних і фізичних характеристик несучих елементів конструкцій, їх з'єднань і конструкцій посилення фундаментно-підвальної частини. Чисельні дослідження НДС просторової моделі споруди проводилися при найбільш невідповідних комбінаціях навантажень: силових - від власної ваги споруди та деформаційних - від нерівномірних

Таблиця 1. Інтелектуальні паралельні робочі станції Інпарком

Характеристика	Інпарком 8	Інпарком 32	Інпарком 64	Інпарком 128	Інпарком 256
Процесори	Xeon Quad-Core	Xeon Quad-Core	Xeon Quad-Core	Xeon Quad-Core	Xeon Quad-Core
Кількість процесорів/ ядер	2/8	8/32	16/64	32/128	64/256
Пікова продуктивність, GFlops*	50-100	200-380	400-770	800-1500	1600-3000
Продуктивність на Linpack, GFlops	40-80	150-290	300-580	600-1130	1200-2260
Оперативна пам'ять, Gb**	16	64	128	256	512
Дискова пам'ять, Tb**	0,5	1	2	4	8
Ємність дискового сховища, Tb**	-	-	від 1	від 3	від 6

Примітки: * залежно від тактової частоти процесора; ** на вимогу замовника може змінюватися.

перемішень домкратів у вигляді прогинів та згинів у поперечному та подовжньому напрямках споруди. На підставі аналізу компонентів НДС просторової системи споруди встановлено граничну величину нерівномірності перемішень домкратів - 1,2 мм/м, що дозволило вперше вирішити унікальну науково-практичну задачу реконструкції автоматизованою домкратною системою аварійного об'єкта для його безпечної експлуатації.

5. Ефективність застосування технології паралельних обчислень

Розв'язання надвеликих задач із використанням технологій паралельних обчислень і ПК ЛІРА (www.lira.com.ua) може бути виконано, наприклад, на суперкомп'ютері Інпарком (www.inparcom.com) [18].

Вихідні дані такої задачі формуються ПК ЛІРА на багато процесорній робочій станції Інпарком.

Сформовані вихідні дані відповідної задачі записуються у файли, використовуючи прийняті в ПК ЛІРА формати даних. Після цього за допомогою розробленого інтерфейсу на Інпарком запускається паралельна програма Inparsoft, яка:

- аналізує параметри і визначає алгоритм розв'язання задачі;
- зчитує вихідні дані з файлів і розподіляє їх по процесорах відповідно до обраного паралельного алгоритму розв'язання задачі;
- досліджує та вирішує задачу;
- зберігає результати дослідження і розв'язання задачі у файлах для подальшого використання постпроцесором ПК ЛІРА.

Загальна схема реалізованої технології паралельних обчислень із використанням ПК ЛІРА на Інпарком:

- Створення розрахункової моделі - ПК ЛІРА
- Розрахунок - ПК ЛІРА + Inparsoft (Інпарком)
- Аналіз результатів - ПК ЛІРА

Таблиця 2. Тестові приклади

№ п/п	Порядок	Щільність	Час розв'язання (хв)		Відношення часу	Алгоритм
			ПК ЛІРА	Інпарком		
1	43 950	49 %	3,4	0,131	26,03	п
2	44 436	21 %	2,6	1,354	1,92	с
3	44 436	2 %	0,9	0,109	8,26	п
4	283 031	7 %	16,4	1,222	23,42	п
5	300 000	100 %	3	0,188	15,92	с
6	666 000	85 %	27	1,989	13,58	с
7	1 000 332	85 %	41	3,001	13,66	с
8	1 332 000	85 %	54	3,942	13,70	с
9	1 332 000	85 %	54	2,802	19,27	п
10	1 200 000	100 %	102	4,776	21,36	с

Приклад суперкомп'ютерного розрахунку комплексу висотних споруд:



Рис. 6. 3D модель комплексу висотних споруд

Сітка КЕ (рис. 6):

- кількість елементів 972 808
- кількість вузлів 895 302

Параметри задачі:

- порядок СЛАР 5 371 727
- півширина стрічки матриці 3 174 975
- розмір матриці жорсткості задачі 76 Гб

Час вирішення СЛАР:

- Інпарком 256 ядер 3,5 год.
- Інпарком 128 ядер 6 год 9 хв
- Інпарком 96 ядер 7 год 27 хв
- Інпарком 80 ядер 8 год 18 хв
- Інпарком 64 ядра 9 год 24 хв
- ПК ЛІРА 9,2 (1 ядро) 115 год

- ПК ЛІРА 9,4 (1 ядро) 76 год
- ПК ЛІРА 9,4 VIP (4 ядра) 38 год

Висновки

Створено математичні моделі та метод чисельного аналізу надвеликих систем споруд на суперкомп'ютерах із застосуванням ПК ЛІРА. Результати досліджень застосовані при розробці ПК ЛІРА, що використовується вітчизняними і зарубіжними організаціями у навчальному процесі, під час розробки нормативних документів, у процесі проектування унікальних висотних споруд.

1. Вайнберг Д. В. Машинная математика в теории сооружений // Труды IV Всесоюзной конференции по применению электронных вычислительных машин в строительной механике. - К.: Наук. думка, 1968.
2. Клепиков С. Н., Слободян Я. Е. Взаимодействие балки с нелинейно-неупругим неоднородным основанием во всем диапазоне нагружения // Основания, фундаменты и механика грунтов. - 1989. - № 4. - С. 22-24.
3. Клепиков С. Н., Слободян Я. Е. Расчет зданий при многократной подработке // Строительная механика и расчет сооружений. - 1990. - № 2. - С. 62-65.
4. Слободян Я. О., Милаевский В. Г., Садовый В. С. та ін. Нові технології при відновлюванні експлуатаційної придатності аварійного житлового будинку // Будівництво України. - 1997. - № 4. - С. 17-18.
5. Слободян Я. Е., Кисиль А. И. Распределение усилий в стенах высотного здания при подработке // Методы расчета и исследования зданий и оснований на подрабатываемых территориях и просадочных грунтах. - К.: НИИСК, 1990. - С. 12-16.
6. Слободян Я. Е. Расчет конструкций фундаментов на многократные воздействия горизонтальных деформаций основания // Строительные конструкции. - К., 1990. - Вып. 43. - С. 21-27.
7. Слободян Я. Е. Расчет жилых зданий на нелинейно-деформируемом основании при карстовых проявлениях // Строительные конструкции. - 1993. - Вып. 45-46. - С. 107-110.
8. Клепиков С. Н., Слободян Я. Е. Расчет конструкций сооружений на многократные воздействия вертикальных и горизонтальных смещений земной поверхности // Problemy naukowo-badawcze budownictwa. - Rzeszow: Politechnika Rzeszowska, 1994. - Т. 2. - Р. 115-122.
9. Slobodyan Y., Bolotow J., Zotow W. Obliczanie i zabezpieczenie budowli przed wplywem deformacji gorniczych // Budownictwo. - Gliwice: Politechnika Slaska, 1995. - P. 527-530.
10. Slobodyan Y., Zotow W., Majewski S. and others. Zabezpieczenie budynkow metoda kompensacji osiadan // Awarie budowlane. - Szczecin: Politechnika Szczecinska, 1996. - Т. 2. - Р. 535-542.
11. Slobodyan Y., Majewski S., Genzerskiy Y. FEM software package LIRA-W for structural design // Finite Element Methods & Standards. - Stuttgart: Universitat, 1997. - P. 67-75.
12. Слободян Я. Е., Болотов Ю. К., Zotow В. Д. Расчет и защита высотного жилого дома в Москве при аварийных воздействиях деформаций основания // Современные проблемы механики грунтов и охраны геологической среды. - Ростов-на-Дону: РГУ, 1998. - С. 46-47.
13. Слободян Я. О. Экспериментальные обгрунтування чисельного розв'язання нелінійно-непружних контактних задач взаємодії споруд з нерівномірно-деформованими основами // Опір матеріалів і теорія споруд. - 2000. - Вип. 68. - С. 147-155.
14. Городецкий А. С., Слободян Я. Е. Решение нелинейных задач взаимодействия сооружений с основанием с помощью ПК ЛІРА // Проблемы тонкостенных пространственных систем. - Тбилиси: Грузинский технический университет, 2001. - С. 53-57.
15. Слободян Я. О. Оцінка точності чисельного розв'язання нелінійних контактних задач взаємодії споруд з основами // Опір матеріалів і теорія споруд. - 2002. - Вип. 70. - С. 136-144.
16. Баженов В. А., Слободян Я. О. Моделирование нелинейного деформирования складных пространственных систем споруд при силовых та деформационных влияниях // Опір матеріалів і теорія споруд. - 2003. - Вип. 72. - С. 41-73.
17. Баженов В. А., Слободян Я. О. Чисельні дослідження напружено деформованого стану споруд при ступінчатих деформаціях земної поверхні // Опір матеріалів і теорія споруд. - 2003. - Вип. 73. - С. 91-99.
18. Химич А. Н., Молчанов И. Н., Городецкий А. С., Слободян Я. Е. и др. Численное программное обеспечение интеллектуального MIMD-компьютера Инпарком. - К.: Наук. думка, 2007. - 222 с.

Y. Slobodyan, O. Gorodetsky, O. Syniavsky

TECHNOLOGY FOR SOLVING EXTREME PROBLEMS ON SUPERCOMPUTERS FEM

Research results were effectively implemented in advanced software package LIRA and supercomputers that is currently used by design companies for analysis and design of structures, by academic institutions for research and teaching activities, by government agencies in order to prepare building codes and other normative documents. LIRA software is also used for numerical analysis, strength analysis and safety verification for erection, serviceability conditions, and reconstruction of structures of great importance in normal and complex soil of Ukraine and other countries. In particular, for reconstruction of the following residential buildings: 14-storey building in Moscow and 9-storey buildings in Tbilisi and Katowitise (Poland).