УДК 519.8

Горбачук В. М., Дунаєвський М. С.

АНАЛІЗ І ЗАСТОСУВАННЯ ПРИКЛАДНОЇ ЗАГАЛЬНОЇ РІВНОВАГИ

Докладно проаналізовано поняття прикладної загальної рівноваги та його застосування, алгоритми пошуку економічних рівноваг, зокрема розглянуто чисельні та комп'ютерні методи пошуку. Запропоновано перехід від функцій корисності до функцій попиту під час визначення загальної рівноваги, що дає змогу досягати стійкості рівноваг і підвищувати ефективність їх обчислення.

Ключові слова: модель прикладної загальної рівноваги, споживчий і виробничий надлишок, гомотетична перевага, задача доповнюваності, алгоритм послідовної лінійної доповнюваності, умови доповнювальної нежорсткості, лінійно технологічна матриця, метод непорушної точки.

Вступ

Мета дослідження знайти шляхи розв'язання певних проблем загальної рівноваги Вальраса (Walras) і часткової рівноваги, які належать до виробництва продукції та її споживання. Оскільки математичні постановки обох питань подібні, то для їх аналізу можна застосовувати уніфікований підхід. Поняття прикладної загальної рівноваги широко використовують у світі, і воно заслуговує на докладне вивчення у вітчизняній науковій літературі.

Моделі прикладної загальної рівноваги типово служать для дослідження систем, що складаються принаймні з двох (економічних) учасників, кожний із яких може виконувати певну цільову функцію. У вигляді таких моделей зазвичай формалізують проблеми громадських фінансів держави і міжнародної торгівлі. Ці моделі характеризують множини товарів, споживачів, виробників, інституційних обмежень. Як правило, учасники поводяться конкурентно: за ринкових цін, споживачі розподіляють свої доходи так, щоб максимізувати корисність споживання, а виробники складають свої виробничі плани так, щоб отримати якнайбільший прибуток. Моделі прикладної загальної рівноваги задають кількість і визначення учасників, товарів, а також характеристики виробничих функцій та функцій корисності. Інституційні обмеження узагальнюють стандартну модель Вальраса, враховуючи оподаткування, тарифи, квоти, умови на фінансові потоки чи відносні ціни.

Визначення

Задачу рівноваги економіки традиційно формулюють термінами функцій надлишкового попиту, визначеними надбаннями (*endowments*) господарства, перевагами його членів, його технологією. Щоб спростити виклад і передати сутність моделювання, припускаємо конкурентну поведінку в економіці без цінових викривлень. Базову модель досить легко поширити на викривлені адвалорні (*ad valorem*) податки, громадський сектор, зовнішній сегмент (зокрема з імпортом та експортом), інституційні обмеження на ціни, неконкурентну поведінку [21; 28].

Модель загальної економічної рівноваги лауреатів Нобелівської премії Ерроу (Arrow) та Дебре (Debreu) можна сформулювати як задачу доповнюваності (ЗД; *complementarity problem*) й ефективно розв'язати як алгоритм послідовної лінійної доповнюваності (ПЛД). Ключові ендогенні змінні цієї моделі: невід'ємний вектор $\vec{P} \in R^n$ цін товарів (*commodities*), зокрема всі кінцеві та проміжні товари і первинні фактори виробництва; невід'ємний вектор $\vec{y} \in R^m$ рівнів активності секторів економіки, кожний із яких має постійну віддачу від масштабу; вектор $\vec{M} \in R^H$ рівнів доходу, де кожний рівень доходу M_h відповідає певній споживчій одиниці h (нею може бути домогосподарство чи урядова організація). Рівноважні значення цін $\vec{P}^e$, рівнів активності $\vec{y}^e$, рівнів доходу $\vec{M}^e$ задовольняють нелінійні нерівності: 1) недодатність прибутку, 2) відсутність надлишкового попиту, 3) баланс доходів.

1. Коли $f_j(\vec{x})$ – функція, що характеризує допустиме використання вхідних (*input*) товарів $\vec{x} \in R^n$ сектором $j \in \{1,2,...,m\}$, а $g_j(\vec{z})$ – функція, що характеризує допустиме виробництво вихідних (*output*) товарів $\vec{z} \in R^n$ сектором $j \in \{1,2,...,m\}$, то питомі витрати (*unit cost*) даного сектора становлять:

$$C_j(\vec{P}) = \min_{\vec{x}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} P_i x_i ; f_j(\vec{x}) = 1; \vec{x} \geq \vec{0} \right\},$$

а питомий прибуток (*unit revenue*) –

$$R_j(\vec{P}) = \max_{\vec{z}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} P_i z_i ; g_j(\vec{z}) = 1; \vec{z} \geq \vec{0} \right\}.$$

Недодатність прибутку за рівноваги означає:

$$\Pi_j(\vec{P}^e) = R_j(\vec{P}^e) - C_j(\vec{P}^e) \leq 0 \quad \forall j \in \{1,2,...,m\}.$$

2. Якщо $U_h(\vec{x})$ – функція корисності споживчої одиниці h від споживання товарів $\vec{x} \in R^n$, то її кінцевий попит (*demand*) на товари максимізує допустиме значення цієї корисності:

$$\vec{d}_h(\vec{P}, M_h) = \arg\max_{\vec{x}} \left\{ U_h(\vec{x}); \sum_{i=1}^{n} P_i x_i = M_h; \vec{x} \geq \vec{0} \right\}.$$

Позначимо $d_{ih}(\vec{P}, M_h)$ елемент i вектора $\vec{d}_h(\vec{P}, M_h)$.

Оскільки кожний сектор j економіки має постійну віддачу від масштабу, то, за лемою Шепарда (Shepard), питома пропозиція (*net supply*) товару i даним сектором дорівнює похідній $\dfrac{\partial \Pi_j(\vec{P})}{\partial P_i}$, а чиста пропозиція цього продукту всіма секторами дорівнює $\sum_{j=1}^{m} y_j \dfrac{\partial \Pi_j(\vec{P})}{\partial P_i}$.

Коли позначити w_{ih} надбання товару i у споживчої одиниці h, то відсутність надлишкового попиту (*excess demand*) у рівновазі означає:

$$\sum_{j=1}^{m} y_j^e \frac{\partial \Pi_j(\vec{P})}{\partial P_i}(\vec{P}^e) + \sum_{h=1}^{H} w_{ih} \geq \sum_{h=1}^{H} d_{ih}(\vec{P}^e, M_h^e)$$
$$\forall i \in \{1,2,...,n\}.$$

3. Баланс доходів за рівноваги становить:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i^e w_h = M_h^e \quad \forall h \in \{1,2,...,H\}.$$

Умови доповнювальної нежорсткості (complementary slackness). Якщо функції корисності виявляють ненасичення, то, за законом Вальраса, маємо:

$$\sum_{i=1}^{n} P_i^e d_{ih}(\vec{P}^e, M_h^e) = M_h^e \quad \forall h \in \{1,2,...,H\}.$$

Вважають, що за $\Pi_j(\vec{P}) < 0$ рівень активності сектору j нульовий, тобто $y_j = 0$. Тоді при $\Pi_j(\vec{P}) \geq 0$ маємо умову доповнювальної нежорсткості за рівноваги:

$$y_j^e \Pi_j(\vec{P}^e) = 0 \quad \forall j \in \{1,2,...,m\}.$$

Також поширене судження, що за надлишкової пропозиції –

$$\sum_{j=1}^{m} y_j^e \frac{\partial \Pi_j(\vec{P})}{\partial P_i} + \sum_{h=1}^{H} w_{ih} > \sum_{h=1}^{H} d_{ih}(\vec{P}, M_h) -$$

рівень цін нульовий, тобто $P_i = 0$. Тоді маємо ще одну умову доповнювальної нежорсткості:

$$P_i^e \left(\sum_{j=1}^{m} y_j^e \frac{\partial \Pi_j(\vec{P})}{\partial P_i}(\vec{P}^e) + \sum_{h=1}^{H} w_{ih} - \sum_{h=1}^{H} d_{ih}(\vec{P}^e, M_h^e) \right) = 0$$
$$\forall i \in \{1,2,...,n\}.$$

Задача доповнюваності. Якщо у цій задачі рівноваги виписати умови екстремуму першого порядку для кожного учасника чи певної галузі, то отримаємо задачу доповнюваності – пошуку такого вектора $\vec{z} \in R^k$, що задовольняє умови $\vec{F}(\vec{z}) \geq \vec{0}$, $\vec{z} \geq \vec{0}$, $\vec{z}^T \vec{F}(\vec{z}) = 0$. Умови першого порядку в задачі оптимізації (математичного програмування) відповідають ЗД, але для даного ЗД може не існувати відповідної задачі оптимізації (таку ЗД називають неінтегрованою). Приклади неінтегрованих рівноважних задач зараховують домогосподарства з різними надбаннями і смаками, адвалорні податки або тарифи, інституційні обмеження на ціни (скажімо, закони про мінімальну зарплату), незмінний запас капіталу [15].

Крім неінтегрованості, зосередимося на нестрогих нерівностях і умовах доповнювальної нежорсткості ЗД. Заздалегідь не відомо про строге чи нестроге дотримання певних нерівностей за рівноваги. Нерівності випливають з опису виробництва товару шляхом альтернативних технічних процесів, заданих, як правило, лінійною технологічною матрицею. У моделях заданої вартості деякі ціни мають верхні та нижні межі, а в багатоперіодних моделях – задовольняють бюджетній умові певного періоду.

Застосування. Аналіз сфери дії податку та економічної ефективності сприяв дослідженням, які застосовували чисельні методи в оподаткуванні та інших питаннях громадських фінансів [30]. Побудовано моделі податкової системи США та інших держав. Застосування моделі загальної рівноваги до планування та розвитку часто називають моделюванням обчислюваної загальної рівноваги [7; 11; 14].

Моделі міжнародної торгівлі, що узагальнюють стандартну 2×2×2 неокласичну модель торгівлі на більшу вимірність, використовувалися для аналізу питань торгівлі Північ–Північ та Північ–Південь [26].

Незважаючи на досягнення в алгоритмах розв'язання та застосуваннях, моделювання прикладної загальної рівноваги залишається специалізованим підходом унаслідок, головним чином, потреби у технічній компетенції для формулювання та розв'язання подібних моделей. Для розширення кола користувачів таких моделей розробляють відповідне програмне забезпечення [28].

Чисельні методи. В оптимізаційному підході до обчислення економічної рівноваги максимізують суму виробничих і споживчих надлишків (інтеграл за часом функцій оберненого попиту та пропозиції). Цю ідею широко використовують під час економічного аналізу таких питань, як конкурентна просторова рівновага, ціноутворення за граничними витратами та за піковим навантаженням [19; 27]. Оптимізаційну модель також дістають за гомотетичних переваг, коли досить ураховувати єдине домогосподарство, чия корисність є представницькою для економіки в цілому [29]. У кожному разі можна обчислювати оптимальні випуски (рівні діяльності), використовуючи алгоритми нелінійної оптимізації, та виводити ринкові ціни з відповідних тіньових.

Метод непорушної точки (*fixed point*) [29] бажаніший із погляду економічної теорії, бо складається з блоків конструктивного доведення існування рівноваги. Цей метод продемонстрував свою життєздатність і потенціал чисельного моделювання в рамках загальної рівноваги Ерроу–Дебре.

Загальний підхід таких ітеративних методів, як зближення (*tatonnement*), Ґаусса-Зейделя (Gauss-Seidel), Якобі (Jacobi), Ньютона (Newton), найчастіше використовують, щоб розв'язати рівноважні моделі, виражені як система нелінійних рівнянь (надлишкового попиту).

Кожний підхід по-своєму складний. Оскільки оптимізаційний підхід, орієнтований на умову доповнювальної нежорсткості, можна застосовувати лише до інтегрованої ЗД, то перетворення ЗД на інтегровану ЗД може потребувати модифікації функцій або відмови від моделювання певних економічних особливостей. Методи розв'язання системи нелінійних рівнянь не потребують інтегрованості, але їх не орієнтовано на нерівності, двосторонні обмеження окремих змінних, умови доповнювальної нежорсткості. Загальні методи непорушної точки менш ефективні під час переходу від однозначних до багатозначних відображень, а також за умов зростання вимірності.

Існують шляхи подолання зазначених недоліків. Неінтегровані моделі наближають послідовністю інтегрованих моделей і розв'язують за допомогою стандартних методів оптимізації [8, 16]. Розробляють ітеративні методи з урахуванням умови доповнювальної нежорсткості [25]. Алгоритми непорушної точки прискорюють, використовуючи квазіньютонівські методи чи комбінації кількох методів [11; 14]. Ці шляхи скоротили відмінності між різними підходами до розв'язання ЗД.

Алгоритм ПЛД обчислює рівновагу шляхом розв'язання послідовності лінійних апроксимацій нелінійних членів через розклад Тейлора. Результатні задачі лінійної доповнюваності розв'язують за допомогою майже доповнювальним опорним (*pivoting*) методом Лемке [9; 18]. Відомо праці з моделювання та розв'язання проблем часткової рівноваги [12; 22], економічної просторової рівноваги [17; 24], рівноваги мережі руху (*traffic network*) [10].

У ЗД одночасно розглядають ціни та рівні випуску. Як наслідок, матриця часто велика, але розріджена (*sparse*). Розрідженість можна використати через варіант алгоритму Лемке [32]. Підхід ПЛД відрізняється від алгоритму непорушної точки, що не застосовує розрідженості й тому уповільнюється зі зростанням вимірності [6; 13; 31].

Алгоритм ПЛД складається з ітеративної частини та внутрішньої процедури обернення матриці (алгоритму Лемке). В околі рівноваги ітеративний алгоритм є процесом Ньютона. Внутрішня процедура зберігає пошукову здатність методів непорушної точки через доповнювальні опорні плани. Ці опорні плани також пов'язують ПЛД з оптимізаційними програмами на основі симплекс-методу [23]. Така комбінація методів у ПЛД виявилася досить ефективною для обчислень.

Системи моделювання

Чисельне моделювання ринкових економік нараховує декілька відмінних діяльностей. Формулювання та інтерпретація моделі прикладної економічної рівноваги потребують даних економічної теорії, політичних аспектів, представлення моделі. Останнє визначає сценарії розв'язків. Методи представлення та розв'язання моделі з практичних міркувань важливіші, ніж з економічних. У прикладних проектах моделювання для технічних проблем із представленням і розв'язанням моделі часто треба докласти більше зусиль, ніж для формулювання та інтерпретації. Час роботи програмного забезпечення для розв'язання незначний порівняно з часом для програмування нової моделі. Чим більше часу йде на розробку комп'ютерної програми, що працює, тим менше часу залишається на використання моделі для формування політики.

Економісти та розробники алгоритмів, відповідаючи за різні напрями моделювання, вважають представлення моделі рутинним технічним завданням. Як виняток, фахівці Світового банку розробили систему GAMS із мовою моделювання високого рівня для формулювання та розв'язання оптимізаційних моделей. Також відома мова високого рівня для економічного моделювання за схемою Йохансена (Johansen).

Успішне представлення моделі залежить від багатьох чинників: її вимірності, ставлення розробника до комп'ютерного програмування, наявності апаратного забезпечення, цільової аудиторії. Великі комплексні моделі з багатьма параметрами та характеристиками можна легше представляти у форматі, що більше відповідає машині, ніж людині. Утім, маломасштабні показові приклади найкраще виписувати символами так, щоб їх розуміння не потребувало докладних комп'ютерних знань.

Програми розв'язання моделей прикладної загальної рівноваги типово потребують, щоб структуру моделі було задано у вигляді комп'ютерної підпрограми. Це може зробити користувач, близько знайомий з алгоритмом розв'язання. Система моделювання математичного програмування для аналізу загальної рівноваги розділяє завдання формулювання моделі та її розв'язання [28], звільняє розробників від рутинного написання підпрограм, що задають конкретні функції моделі. Усі риси даної моделі передаються системі інтерактивно або як файл вхідних даних.

Аби спростити програмування, вважаємо, що функції корисності та виробничі належать класу функцій із «вбудованою» постійною еластичністю заміщення (*constant elasticity of substitution*, CES). Сюди належать виробничі функції Леонтьєва (Leontief) та Кобба-Дугласа (Cobb-Douglas) [4]. CES-функції характеризуються різними можливостями заміни (*trade-off*) у межах кожного агрегата, а також між агрегатами. Введення цих функцій у файл даних спрощує їх перегляд.

На відміну від мови нелінійного програмування GAMS, система не дає змоги уникнути програмування [28]. У великомасштабних проектах програми, специфічні для моделі, можна використати для того, щоб позбутися рутинного введення кожного коефіцієнта функцій окремо. Програму, яка генерує моделі, можна написати зручною мовою і так, щоб вона працювала автономно задля спрощення розроблення та налагодження системи.

Приклад. У загальній теорії економічної рівноваги існує кілька способів визначення рівноваги. Згадані умови рівноваги 1–3 визначали Скарф [29], Матісен [21], Резерфорд [28] та ін. На думку Піндайка (Pindyck), функції корисності на практиці досить важко знаходити. За Бортісом (Bortis), замість функцій корисності доцільніше досліджувати функції попиту $\vec{d}(\vec{P}) \in R^n$. Тому виникає закономірне питання про ефективність і практичність пошуку рівноваги, що задовольняє умови 1–3.

Застосування функцій попиту у моделі прикладної загальної рівноваги можна показати на прикладі конкуренції внутрішнього та зовнішнього секторів $m = 2$ [3]. Нехай економіку утворюють H споживачів, а також виробник 1 (внутрішній) і виробник 2 (зовнішній), які випускають n продуктів. Продуцент $j = 1,2$ максимізує свій прибуток π_j. Маємо:

$$\pi_j = \sum_{i=1}^{n} P_i x_{ji} - C_j(y_{j1}, ..., y_{jn}),$$

де $y_{j1}, ..., y_{jn}$ – обсяги продуктів 1, ..., n відповідно, які виробник j використовує для випуску обсягів продуктів $x_{j1}, ..., x_{jn}$; C_j – функція (технологія) витрат продуцента j.

Споживчу ціну продукту $i = 1, ..., n$ можна визначати шляхом розв'язанням рівняння:

$$P_i = a_i(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}) - b_i(x_{1i}, x_{2i}, y_{1i}, y_{2i}) \times$$
$$\times\ (z_{1i} + ... + z_{Hi}),$$

де $z_{1i}, ..., z_{Hi}$ – обсяг попиту на продукт i споживача 1, ..., H відповідно; a_i, b_i – деякі додатні функції. Це співвідношення можна модифікувати, коли продукт i внутрішнього виробника і продукт i зовнішнього продуцента вважати диференційованими [5].

Споживач $h = 1, ..., H$ має бюджетне обмеження

$$\sum_{i=1}^{n} P_i z_{hi} \le B_h,$$

де $B_h = B_h(C_1, C_2, \pi_1, \pi_2)$ – деякі додатні функції.

Приклад актуальний для України і може служити як альтернативна модель.

Висновки

Функції попиту можуть бути досить складними, враховуючи диференційованість продуктів, зокрема замінюваність і доповнюваність [5], але на практиці їх досліджують і знають продавці.

За функції оберненого попиту $\vec{P}(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \in R^n$, в умові 1 кожний сектор j обирає такі обсяги вхідних і вихідних товарів, аби максимізувати свій прибуток. Тоді умова 2 модифікується таким чином, що уникає нульових цін і пов'язаної з цим нестійкості. Загалом же, за наявності представницького виробника і представницького споживача, пошук загальної економічної рівноваги зводиться до розв'язання дворівневої задачі [1; 2].

1. Горбачук В. М. Багаторівневі моделі та методи обчислювальної загальної рівноваги / В. М. Горбачук, Н. І. Гаркуша // Вісник Київського університету. Серія : фізико-математичні науки. – 2009. – № 3. – С. 121–126.
2. Горбачук В. М. Взаємодія рівнів управління бюджетної системи держави / В. М. Горбачук // Наукові записки НаУКМА. Економічні науки. – 2006. – Т. 56. – С. 8–11.
3. Горбачук В. М. Загальна рівновага на основі функцій попиту / В. М. Горбачук, Н. І. Гаркуша / PDMU – 2010 (Львів, 17–21 травня 2010 р.). – К. : КНУ ім. Т. Шевченка, 2010.
4. Горбачук В. М. Калибровка модели вычисляемого общего равновесия / В. М. Горбачук, И. А. Русанов // Компьютерная математика. – 2010. – № 1. – С. 10–17.
5. Горбачук В. М. Равновесия Курно–Нэша и Бертрана–Нэша для гетерогенной дуополии дифференцированных продуктов / В. М. Горбачук // Кибернетика и системный анализ. – 2010. – № 1. – С. 29–37.
6. Тодд М. Дж. Вычисление неподвижных точек и их приложения в экономике / Дж. Тодд. – М. : Наука, 1983. – 112 с.
7. Adelman I. Income distribution policies in developing countries / I. Adelman, S. Robinson. – Oxford University Press, 1978. – 366 p.
8. Carey M. Integrability and mathematical programming models : a survey and a parametric approach / M. Carey // Econometrica. – 1976. – I. 45. – P. 1957–1976.
9. Cottle R. W. Complementary pivot theory of mathematical programming / R. W. Cottle, G. B. Dantzig // Linear algebra and its applications. – 1968. – I. 1. – P. 103–125.
10. Dafermos S. Traffic equilibrium and variational inequalities / S. Dafermos // Transportation science. – 1980. – I. 14. – P. 42–54.
11. Dervis K. General equilibrium models for development policy / K. Dervis, J. de Melo. – Washington, DC : World Bank, 1989. – 526 p.
12. Eaves B. C. The linear complementarity problem / B. C. Eaves // Management science. – 1971. – I. 17. – P. 612–634.
13. Fisher M. L. A simplicial algorithm for the nonlinear complementarity problem / M. L. Fisher, F. J. Gould // Mathematical programming. – 1974. – I. 6. – P. 281–300.
14. Ginsburgh V. Activity analysis and general equilibrium modeling / V. Ginsburgh, J. Waelbroeck. – Elsevier, 1981. – 390 p.
15. Hansen T. On the definition and computation of a capital stock invariant under optimization / T. Hansen, T. C. Koopmans // Journal of economic theory. – 1972. – V. 5. – P. 487–523.
16. Hogan W. W. Energy policy models for project independence / W. W. Hogan // Computers and operations research. – 1973. – V. 2. – P. 251–271.
17. Irwin C.L. Iteration and sensitivity for a spatial equilibrium problem with linear supply and demand functions / C. L. Irwin, C. W. Yang // Operations research. – 1982. – I. 30. – P. 319–335.
18. Lemke L. E. Bimatrix equilibrium points and mathematical programming / L. E. Lemke // Management science. – 1965. – I. 11. – P. 681–689.
19. Littlechild S. C. Marginal cost pricing with joint costs / S. C. Littlechild // Economic journal. – 1970. – I. 80. – P. 323–325.
20. Manne A. S. ETA : a model for energy technology assessment / A. S. Manne // Bell journal of economics and management science. – 1976. – I. 7. – P. 379–406.
21. Mathiesen L. Computational experience in solving equilibrium models by a sequence of linear complementarity problems / L. Mathiesen // Operations research. – 1985, November–December. – P. 1225–1250.
22. Mathiesen L. Efficiency pricing in a linear programming model : a case with constraints on dual variables / L. Mathiesen // Scandinavian journal of economics. – 1977. – I. 4. – P. 468–477.
23. Murtagh B. A. Large scale linearly constrained optimization / B. A. Murtagh, M. A. Saunders // Mathematical programming. – 1978. – I. 14. – P. 41–72.
24. A nonlinear complementarity foundation and solution procedure for the general derived demand network equilibrium problems [T. L. Friesz, R. L. Tobin, T. E. Smith, P. T. Harker] // Journal of regional science. – 1983. – I. 23. – P. 337–359.
25. Pang J. S. Iterative methods for variational and complementary problems / J. S. Pang, D. Chan // Mathematical programming. – 1982. – I. 24. – P. 284–313.
26. Petri P. Modeling Japanese-American trade, a study of asymmetric interdependence / P. Petri. – Harvard University Press, 1984. – 232 p.
27. Pressman I. A mathematical formulation of the peak load problem / I. Pressman/ / Bell journal of economics and management science. – 1970. – I. 1. – P. 304–326.
28. Rutherford T. F. A modeling system for applied general equilibrium analysis / T. F. Rutherford // Cowles Foundation discussion paper. – 1987. – 44 p.
29. Scarf H. E. Computation of economic equilibria / H. E. Scarf, T. Hansen. – New Haven, CT : Yale University Press, 1973. – 246 p.
30. Shoven J. B. A general equilibrium calculation of the effects of differential taxation of income from capital in the U.S. / J. B. Shoven, J. Whalley // Journal of public economics. – 1972. – I. 1. – P. 281–321.
31. Todd M. L. A quadratically convergent fixed point algorithm for economic equilibria with linearly constrained optimization / M. L. Todd // Ibid. – 1980. – I. 18. – P. 111–120.
32. Tomlin J. A. Robust implementation of Lemke's method for the linear complementarity problem / J. A. Tomlin // Mathematical programming study. – 1978. – I. 7. – P. 55–60.

V. Gorbachuk, M. Dunaevsky

ANALYSIS AND APPLICATION OF APPLIED GENERAL EQUILIBRIUM

The concept of applied general equilibrium, the issues of this concept application, the algorithms of economic equilibria search have been analyzed in detail. The review of numerical and computer methods of economic equilibria search has been done. The transition from utility functions to demand functions in the definition of general equilibrium is suggested to achieve stability of equilibria and increase efficiency of their computation.

Keywords: applying general equilibrium model, consumer and producer surplus, homothetic advantage, complementarity problem, successive linear complementary algorithm, complementary slackness, linear technological matrix, fixed point method.