

## ПРОГНОЗУВАННЯ ГЕОМАГНІТНОГО $D_{st}$ -ІНДЕКСУ НА БАЗІ БІЛІНІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ТА МЕТОДІВ НЕЛІНІЙНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

*Розглянуто проблему прогнозування геомагнітної активності на прикладі  $D_{st}$ -індексу. Для розв'язання цієї проблеми запропоновано використовувати білінійну дискретну динамічну систему. Основний результат дослідження полягає у спільному використанні білінійної динамічної моделі динаміки  $D_{st}$ -індексу та нелінійного фільтра для прогнозування параметрів сонячного вітру.*

**Ключові слова:** білінійна система,  $D_{st}$ -індекс, космічна погода, прогнозування, фільтрація.

### Вступ

Відомо, що процеси транспорту енергії від Сонця до магнітосфери та іоносфери Землі можуть супроводжуватися істотним впливом на космічні, біологічні та технологічні системи [1; 3]. Основні фактори такого впливу вивчають в рамках проблеми «космічна погода». Зазвичай вплив Сонця на навколоземний космічний простір характеризується геомагнітними індексами, які обчислюють за результатами вимірювань. Вони характеризують лише частину складної картини сонячно-земних зв'язків. Вибір конкретного індексу і його зіставлення з певним фізичним процесом у навколоземній плазмі – нелегкі завдання і часом потребують серйозного попереднього вивчення [1]. Тож необхідною складовою дослідження космічної погоди є прогнозування поведінки показників геомагнітної активності ( $Kp$ -індекс,  $Ap$ -індекс,  $D_{st}$ -індекс та ін.) У цьому дослідженні основну увагу приділено білінійній моделі прогнозування поведінки  $D_{st}$ -індексу, який, відповідно до сучасних уявлень, характеризує глобальну поведінку магнітосферної плазми під впливом сонячного вітру.

Для розв'язання задачі прогнозування  $D_{st}$ -індексу вкрай актуальним завданням є пошук адекватної математичної моделі прогнозованої величини. Ми якісно порівняли різні моделі, зокрема, нейромережеву, регресійну, а також моделі засновані на методах головних компонент і групового врахування аргументів. У результаті аналізу було показано доцільність вибору білінійної динамічної моделі, яка описує зв'язок між вхідними і вихідними змінними.

### Білінійна модель динаміки $D_{st}$ -індексу

Для розв'язання цього завдання використовуються білінійні дискретні і неперервні динамічні системи, які отримують від розкладання збурень в ряд по кореляційним функціям або використанням відповідної процедури ідентифікації [2;

3]. У такому підході основну увагу зосереджено на глобальних динамічних та інформаційних характеристиках сонячного вітру і магнітосфери, що істотно відрізняє запропонований метод від широко застосованих статистичних підходів. Принциповим для динамічного підходу є використання часових рядів як вхідних даних тільки для двох параметрів сонячного вітру, а як вихідних – тільки часового ряду для  $D_{st}$ -індексу [1]. Зрозуміло, що використання багатовимірною часового ряду, який детальніше описує поведінку сонячного вітру, призведе до значного збільшення числа змінних моделі, що суттєво ускладнить розв'язання задачі прогнозування. Ідентифікація структури і параметрів моделі визначаються розв'язанням відповідних задач математичного програмування на обмеженій множині стійких моделей.

Тут використовується наступна білінійна динамічна модель  $D_{st}$ -індексу:

$$x(t) = A_0 + \sum_{i=1}^l B_i x(t) u(t), \quad (1)$$

$$y(t) = Dx(t),$$

де  $A_0$ ,  $B_1$ ,  $B_l$  – постійні матриці розміру  $n \times 1$ ;  $n \times n$ , відповідно:  $x(t)$  – вектор стану;  $u(t)$  – вектор, який характеризує параметри сонячного вітру;  $y(t)$  –  $D_{st}$ -індекс;  $D$  – постійна матриця розміром  $1 \times n$ . Для вибору конкретної структури білінійної моделі використано процедуру структурно-параметричної ідентифікації моделі [2], суть якої зводиться до додавання у модель таких нелінійних членів, що суттєво поліпшують прогноз, не порушуючи стійкості моделей. Вибір нелінійних доданків зазвичай вважається завершеним, коли помилка прогнозу задовольняє визначеному тесту на точність моделі, що підтверджує неможливість подальшого зменшення помилки за новими даними спостереження.

Розв'язок зазначеної задачі зводиться до наступної задачі математичного програмування:

$$(P_M) \begin{cases} \text{minimize } v(x) = \prod_{i=1}^m f_i(x) \\ \text{subject to } g_j(x) \leq 0, \quad j=1, 2, \dots, p, \\ f_i : x^{f_i} \rightarrow R (i=1, 2, \dots, m), \\ g_j : x^{g_j} \rightarrow R (j=1, 2, \dots, p), \\ \Omega := \{x \in R^{f_i} : g_j(x) \leq 0, j=1, 2, \dots, p\}, \end{cases} \quad (2)$$

де  $f_1, \dots, f_m$  – функціонали, які задають помилку прогнозування на 1, ...,  $m$  годин наперед.

Для спрощення задачі прогнозування  $D_{st}$ -індексу розглядаємо магнітосферу як систему з одним входом і одним виходом. Опис нелінійних процесів може також бути покращено завдяки введенню в модель вільних параметрів і шуму. Як підтвердили чисельні розрахунки, вибір як входу моделі параметру  $B_z$  дає змогу розробити досить адекватну для прогнозу модель [5]. Ми провели дослідження можливості моделювання динаміки  $D_{st}$ -індексу, враховуючи запізнювання:

$$\begin{aligned} D_{st}(t) &= \sum_{j=0}^M b_j V B_s(t - j\Delta t) \\ \dot{D}_{st}(t) + D_{st} / \tau &= b V B_s \end{aligned} \quad (3)$$

у вигляді лінійного і нелінійного цифрових фільтрів. Зазначена можливість дає можливість підвищити точність прогнозування динаміки  $D_{st}$ -індексу.

### Результати чисельного моделювання

Для вибору оптимальної структури моделі спочатку використовували статистичні методи і часові ряди за період 1983–2004 рр. Якість прогнозування перевіряли на тестових даних. На рис. 1 наведено один із результатів статистично-

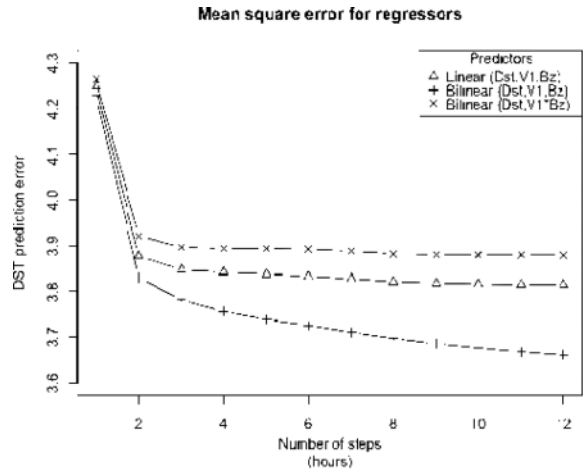


Рис. 1. Аналіз помилки прогнозу залежно від структури моделі

го моделювання для вибору оптимальної структури моделі. Як бачимо з графіка (рис. 1), найменшу помилку прогнозу забезпечує білінійна дискретна динамічна модель.

Як приклад отриманої одновимірної дискретної білінійної моделі наведемо наступне рівняння:

$$\begin{aligned} y(k) &= a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + a_3 y(k-3) + \\ &+ a_4 y(k-4) + a_5 y(k-5) + a_6 u(k) + \\ &+ a_7 u(k-1) + a_8 u(k-2) + a_9 u(k-3) + \\ &+ a_{10} u(k-4) + a_{11} u(k-5) + a_{12} u(k-6) + \\ &+ a_{13} y(k-5) \cdot u(k-5) + a_{14} y(k-3) \cdot u(k-5). \end{aligned} \quad (4)$$

Для проведення оцінок прогнозу значень  $D_{st}$ -індексу використано дві моделі реконструкції експериментальних даних: лінійна і білінійна. Для пошуку невідомих параметрів застосовано генетичний алгоритм на інтервалі часу 1000 год. На рис. 2 вказано результати статистичного

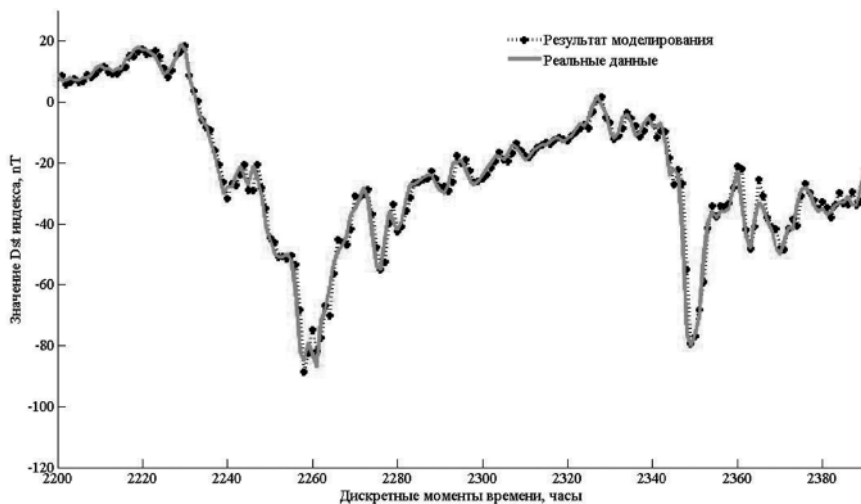


Рис. 2. Прогнозування значення  $D_{st}$ -індексу на одну годину наперед

моделювання для вибору оптимальної структури моделі.

### Висновки

У цьому дослідженні описано новий алгоритм для прогнозування динаміки  $D_{st}$ -індексу з використанням нелінійного фільтру і білінійної моделі. Динаміка  $D_{st}$ -індексу зводиться до відомої білінійної системи, де параметр (VBz) сонячного вітру є системним входом моделі, а  $D_{st}$ -індекс – виходом. Прогнозний підхід до-

пускає формулювання в термінах відповідних нелінійних поверхонь у фазовому просторі білінійних систем і керуючих параметрів. Також розроблено алгоритм ідентифікації дискретної і неперервної білінійних моделей за вхід-вихідними даними. Наведено результати чисельних експериментів для перевірки алгоритмів ідентифікації на основі даних за період 1983–2004 рр. Чисельні результати підтвердили, що метод корисний для прогнозування геомагнітних збурень на 3–5 год. наперед.

1. Акасофу С. И. Солнечно-земная физика / С. И. Акасофу, И. С. Чепмен // Мир. – 1975. – Ч. 1. – С. 384.
2. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг ; пер. с англ. ; под ред. Я. З. Ципкина. – М. : Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 442 с.
3. Balikhin M. Identification of Linear and Nonlinear processes in Space Plasma Turbulence / M. Balikhin, I. Bates, S. N. Walker // Advances in Space Research. 28, Issue 5. – 2001. – P. 787–800.
4. Johansen T. A. Multi-objective identification of fir models, IFAC Symp. on System Identification / T. A. Johansen // Preprints IFAC Symp. Sustum Identification, Santa Barbara, USA. – 2000. – P. 917–922.
5. Yatsenko V. O. Geomagnetic Dst-index forecast based on bilinear models and nonlinear filtering techniques / V. O. Yatsenko, J. V. Prutsko, S. O. Cheremnykh // 10-я Украинская конференция по космическим исследованиям. Сборник тезисов. – К. : Освіта України, 2010. – С. 108.

*V. Yatsenko, S. Cheremnykh*

## GEOMAGNETIC $D_{st}$ -INDEX FORECAST BASED ON BILINEAR MODELS AND NONLINEAR FILTERING TECHNIQUES

*This presentation describes new algorithm for forecasting the geomagnetic activity of the  $D_{st}$ -index using nonlinear prediction filtering and bilinear models (BM). In this report, the process of the  $D_{st}$ -index is treated to be a structure-known bilinear system, where the solar wind parameter (VBz) is the system input, and the  $D_{st}$ -index is the system output. The prediction approach is also formulated in terms of corresponding nonlinear surfaces in the phase space of bilinear systems and control parameters. We present algorithms to identify discrete-time and continuous-time bilinear state space models from input-output measurements. We present an analysis and modeling of the  $D_{st}$  time series over the period 1983–2004. The numerical results indicate that the method is useful in predicting storm events one-two day ahead.*

**Keywords:** bilinear system,  $D_{st}$ -index, space weather, forecasting, filtration.