УДК 510.6

Касьянюк В. С., Малютенко Л. М., Польща М. В.

МОДЕЛЮВАННЯ НЕЧІТКИХ МНОЖИН ЗАСОБАМИ ТЕОРІЇ МОЖЛИВОСТЕЙ

Запропоновано підхід до моделювання нечітких множин Л. Заде за допомогою теоретико-можливісних методів. Введено операції над нечіткими множинами в теорії можливостей, які відповідають традиційним операціям над нечіткими множинами, досліджено властивості цих операцій.

Ключові слова: теорія можливостей, нечіткі множини.

Розвиток інформаційних технологій та їх проникнення в усі сфери діяльності людини робить важливою проблему створення теорії, яка дала б змогу адекватно описувати нестрогі, нечіткі, розпливчаті поняття і процеси міркування з такими поняттями. Визначним кроком у цьому напрямі виявився підхід, базований на використанні поняття нечіткої множини, запропонований Л. Заде [6]. Цей підхід дає змогу формалізувати притаманні людині нечіткі, розпливчаті, наближені міркування. Тим самим до певної міри долається бар'єр між людиною, яка може міркувати й ухвалювати рішення в умовах невизначеності, та комп'ютерами, що можуть виконувати лише чіткі інструкції. Теорія нечітких множин [2; 6; 7] відкриває нові напрями аналізу і розробки складних систем управління та інформаційних систем, розвитку гнучких автоматизованих виробництв і комплексів, здатних виконувати певні інтелектуальні дії людини.

Нечіткість та невизначеність притаманні описам явищ і процесам навколишнього світу. Тут можна згадати неможливість точного вимірювання реальних величин, принципову неможливість повного і чіткого опису багатьох фізичних об'єктів і ситуацій. Фізичні обмеження на розмір моделей не дають змогу точно й адекватно відобразити всі суттєві властивості предметних областей, тому саме моделювання в принципі є нечітким. Усе це наголошує на непересічній важливості розвитку теорії нечітких множин.

Перспективним напрямом такого розвитку є теоретико-можливісний підхід [3–5]. Цей підхід виявився дуже плідним для моделювання предметних областей, зважаючи на нечіткість та неповноту наявної інформації. Теорія можливостей уможливлює математичне моделювання реальності на базі дослідних фактів, знань, гіпотез і суджень, перевіряти адекватність побудованих моделей і на їхній основі оптимально оцінювати характеристики досліджуваних процесів і явищ.

На базі теоретико-можливісного підходу виконано [1] дослідження нечітких предикатів і нечітких реляцій. Запропоновано спеціальне уточнення поняття нечіткого предиката, визначено операції над такими предикатами. На основі логіки нечітких предикатів введено поняття нечіткої реляції та збудовано алгебру нечітких реляцій. На базі алгебри нечітких реляцій та моделей операцій, виражених через подання нечіткої реляції, розроблено програмне забезпечення для ефективної обробки запитів до баз даних із нечіткими критеріями.

У цій праці запропоновано підхід до моделювання нечітких множин за допомогою теоретико-можливісних методів. Введено операції над нечіткими множинами в теорії можливостей, які відповідають традиційним операціям над нечіткими множинами, досліджено властивості цих операцій.

1. Нечіткі множини

У 1965 році Л. Заде запропонував новий підхід до формалізації нечіткості, базований на понятті нечіткої множини [6]. Як відомо, будь-яка підмножина A множини X може бути задана за допомогою її характеристичної функції $\chi(\cdot) : X \to \{0, 1\}$, визначивши $\chi_A(x) = 1$ для $x \in A$ та $\chi_A(x) = 0$ для $x \in X \setminus A$.

Нечітка множина A також визначається її характеристичною функцією $\mu_A(\cdot) : X \to [0, 1]$, значення якої $\mu_A(x) \in [0, 1]$ інтерпретується як «ступінь включення» $x \in X$ в A. Те, що довільний елемент $x \in X$ може належати нечіткій множині A лише «частково», дає змогу моделювати складні об'єкти в термінах характеристик, значення яких властиві їм лише «до певної міри», «частково».

У дослідженні [7] нечіткі множини Заде розглянуто як основу для теорії можливостей. Але теоретико-можливісна модель нечіткої множини [3–5] суттєво відмінна від нечіткої множини Заде. З огляду на це виникають такі запитання. По-перше, як засобами теорії можливостей промоделювати нечіткі множини Заде? По-друге, який підклас теоретико-можливісних нечітких множин можна промоделювати за допомогою множин Заде? Нарешті, чи можна теоретико-можливісну нечітку множину звести до вигляду, що задовільняв би теорії Заде?

Щоб дати відповіді на ці запитання, нагадаємо визначення та властивості нечітких множин.

Визначення 1. Нечітка множина A за Л. Заде – це пара (μ, X), де

$$\mu : X \to [0, 1].$$

Змістовно це означає, що елементи X можуть належати нечіткій множині A не повністю, а лише «частково». Ступінь належності елемента x до нечіткої множини A визначається значенням характеристичної функції $\mu(x)$.

В теорії нечітких множин операції над ними зазвичай визначено за такими правилами, запропонованими Заде [6]:

$$A = B : \mu_A(x) = \mu_B(x);\ A \subset B : \mu_A(x) \subseteq \mu_B(x);$$

$$\mu_{X\setminus A}(x) = 1 - \mu_X(x);$$

$$\mu_{A\cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x));$$

$$\mu_{A\cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)); \qquad (1)$$

$$\mu_{\bigcup\limits_\alpha A_\alpha}(x) = \sup_\alpha \mu_{A_\alpha}(x);\ \mu_{\bigcap\limits_\alpha A_\alpha}(x) = \inf_\alpha \mu_{A_\alpha}(x);$$

Тут A, B – нечіткі підмножини X, $x \in X$, а теоретико-множинні операції, введені в лівому стовпчику, визначаються в правому.

Замінивши у цих визначеннях $\mu(\cdot)$ на «звичайну» характеристичну функцію $\chi(\cdot)$, отримаємо відповідні операції над «звичайними», «чіткими» множинами, за якими, зокрема, $\max(\chi_A, \chi_B)(\cdot)$ та $\min(\chi_A, \chi_B)(\cdot)$ – характеристичні функції об'єднання $A \cup B$ та перетину $A \cap B$, відповідно, умова $\chi_A(\cdot) \le \chi_B(\cdot)$ еквівалентна включенню $A \subset B$.

В теорії нечітких множин Заде приймаються такі умови нормування:

$$\mu_X(x) = 1,\ \mu_\varnothing(x) = 0.$$

Водночас згідно з наведеними правилам $\mu_{(X\setminus A)\cup A}(x) \le 1$ та $\mu_{(X\setminus A)\cap A}(x) \ge 0$, тобто $(X\setminus A) \cup A \ne X$, $(X\setminus A) \cup\cap A \ne \varnothing$.

Нагадаємо тепер теоретико-можливісну модель нечіткої множини.

Розглянемо можливісний простір $(Y, 2^Y, P)$ з канонічним нечітким елементом ξ [6], який визначається розподілом $\phi^\xi(\cdot) : Y \to [0,1]$.

Визначення 2. Нечітка множина на X – це відображення $A : Y \to 2^X$.

Визначальною характеристикою нечіткої множини (в розумінні визначення 2) є її характеристична функція $\mu_A : X \to [0,1]$, яка задається так:

$$\mu_A(x) = P(\{y \mid x \in A(y)\}).$$

Зазвичай можливість $\mu_A(x)$ інтерпретується як можливість події $x \in A$, тобто $x \in X$ «покривається» нечіткою множиною A.

Нечітку множину (в розумінні визначення 2) можна також інтерпретувати як відображення $A(\xi)$, що залежить від канонічного нечіткого елемента ξ обраного можливісного простору. Тоді значення можливості $\mu_A(x)$ можна інтерпретувати як можливість події $\xi \in \{y \mid x \in A(y)\}$.

Визначимо теоретико-можливісні операції над нечіткими множинами.

Визначення 3. Нехай $A : Y \to 2^X$ та $B : Y \to 2^X$ – нечіткі множини, тоді

$$A \cup B : Y \to 2^X,\ A \cap B : Y \to 2^X,$$

$$A \setminus B : Y \to 2^X,\ X \setminus B : Y \to 2^X,$$

що задаються умовами

$$(A \cup B)(y) = A(y) \cup B(y),\ (A \cap B)(y) = A(y) \cap B(y),$$

$$(A \setminus B)(y) = A(y) \setminus B(y),\ (X \setminus B)(y) = X \setminus B(y),$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A(y) \subseteq B(y),\ y \in Y,$$

суть нечіткі множини.

Розглянемо характеристичні функції отриманих нечітких множин.

$$\mu_{A\cup B}(x) = P(\xi \in \{y \mid x \in A(y) \cup B(y)\}) = \\ = \max(\mu_A(x), \mu_B(x));$$

$$\mu_{A\cap B}(x) = P(\xi \in \{y \mid x \in A(y) \cap B(y)\}) = \\ = \min(\mu_A(x), \mu_B(x));$$

$$\mu_{X\setminus B}(x) = P(\xi \in \{y \mid x \notin B(y)\}) = \\ = \sup_{\{y \mid x \notin A(y)\}} \phi^\xi(y) = \begin{cases} 1, & \mu_B(x) < 1, \\ < 1, & \mu_B(x) = 1. \end{cases}$$

Операції над нечіткими множинами можна визначити дещо іншим способом, якщо ввести наступні припущення.

Розглянемо можливісні простори $\boldsymbol{Y} = (Y, 2^Y, P^Y)$ з канонічним нечітким елементом ξ та $\boldsymbol{Z} = (Z, 2^Z, P^Z)$ з канонічним нечітким елементом η, розподіли яких визначаються як $\phi^\xi(\cdot) : Y \to [0,1]$ та $\phi^\eta(\cdot) : Z \to [0,1]$.

Визначення 4. Нехай $A : Y \to 2^X$ та $B : Z \to 2^X$ – нечіткі множини, тоді $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ – нечіткі множини (відображення) $Y \times Z \to 2^X$, що визначаються так:

$$(A \cup B)(y, z) = A(y) \cup B(z),$$

$$(A \cap B)(y, z) = A(y) \cap B(z),$$

$$(A \setminus B)(y, z) = A(y) \setminus B(z),$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A(y) \subseteq B(z), y \in Y, z \in Z.$$

Зауважимо, що для нечітких множин A, B, заданих згідно з визначенням 4, із умови $A \subseteq B$ безпосередньо не випливає умова $\mu_A(x) \le \mu_B(x)$, адже в загальному випадку не можна порівняти за можливістю множини $A_x = \{y \mid y \in Y, A(y) = x\}$ та $B_x = \{z \mid z \in Z, B(z) = x\}$. Твердження $A \subseteq B \Rightarrow \mu_A(x) \le \mu_B(x)$ буде правильним за умови $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Z}$: $A \subseteq B \Rightarrow A_x \subseteq B_x \Rightarrow \mu_A(x) \le \mu_B(x)$.

Визначення 3 є окремим випадком визначення 4, якщо:

– $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Z}$, тобто обидва можливісні простори збігаються, тому збігаються їхні канонічні нечіткі елементи, тобто $\xi = \eta$;
– нечіткі множини з визначення 4 залежать від одного й того самого *екземпляра* канонічного нечіткого елемента $\xi = \eta$.

Визначимо тепер характеристичні функції нечітких множин, уведених згідно з визначенням 4. Для цього розглянемо можливісний простір $(Y \times Z, 2^{Y \times Z}, P)$ з канонічним нечітким елементом $\tau = (\xi, \eta)$. Міра можливості P може бути виражена через сумісний розподіл нечітких величин ξ та η:

$$\phi^{\tau}(y, z) = \phi^{\xi,\eta}(y, z) = \min(\phi^{\xi}(y), \phi^{\eta|\xi}(z|y)) \text{ або}$$

$$\phi^{\tau}(y, z) = \phi^{\xi,\eta}(y, z) = \min(\phi^{\eta}(y), \phi^{\xi|\eta}(y|z)).$$

У випадку, коли нечіткі величини ξ та η є P-незалежними [5], маємо

$$\phi^{\tau}(y, z) = \phi^{\xi,\eta}(y, z) = \min(\phi^{\xi}(y), \phi^{\eta}(z)).$$

Припустимо, що нечіткі величини ξ та η є P-незалежними і розглянемо характеристичні функції отриманих вище нечітких множин:

$$\mu_{A \cup B}(x) = P(\{(y,z) \mid x \in A(y) \vee x \in B(z)\}) =$$
$$= \max(P(\{(y,z) \mid x \in A(y)\}), P(\{(y,z) \mid x \in B(z)\})).$$

Водночас

$$P(\{(y,z) \mid x \in A(y)\}) = \sup_{\{y \mid x \in A(y)\} \times Z} \phi^{\xi,\eta}(y,z) =$$

$$= \sup_{\{y \mid x \in A(y)\} \times Z} \min(\phi^{\xi}(y), \phi^{\eta}(z)) =$$

$$= \sup_{\{y \mid x \in A(y)\}} \phi^{\xi}(y) = \mu_A(x), \text{ звідки}$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)).$$

Аналогічно отримуємо співвідношення для перетину нечітких множин:

$$\mu_{A \cap B}(x) = P(\{(y,z) \mid x \in A(y) \wedge x \in B(z)\}) \le$$
$$\le \min(P(\{(y,z) \mid x \in A(y)\}), P(\{(y,z) \mid x \in B(z)\})),$$

звідки

$$\mu_{A \cap B}(x) \le \min(\mu_A(x), \mu_B(x)).$$

У випадку, коли події $x \in A(\xi)$ та $x \in B(\eta)$ є P-незалежними, маємо:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)).$$

2. Порівняння нечітких множин у теорії Заде й у теорії можливостей

У загальному випадку для теоретико-можливісної моделі нечітких множин із умов (1) справджуються лише дві, які стосуються операції об'єднання. Покажемо, що інші умови із (1) вже хибні. Використаємо визначення 3 операцій над нечіткими множинами.

Розглянемо можливісний простір $(Y, 2^Y, P)$, $Y = [0, 1]$ з канонічним нечітким елементом ξ, визначеним розподілом $\phi^{\xi}(y) = y$. Тоді $P(A) = \sup_{y \in A} \phi^{\xi}(y) = \sup A$. Як приклади розглядатимемо нечіткі множини з класу відображень $Y \to 2^Y$.

Приклад 1. Розглянемо нечіткі множини $A : Y \to 2^Y$ і $B : Y \to 2^Y$ такі:

$$A(y) = \begin{cases} [0,1], \text{ якщо } y = 1, \\ \{0\}, \text{ якщо } y \in [0,1), \end{cases}$$

$$B(y) = [0, 1], \text{ якщо } y \in Y.$$

Зрозуміло, що $\mu_A(y) = \mu_B(y) = 1$, водночас $A \ne B$.

Так само із включенням множин: правильно $\mu_B(y) \le \mu_A(y)$, проте хибно $B \subset A$.

Приклад 2. Розглянемо нечітку множину $X \setminus A$, де A – множина прикладу 1:

$$(X \setminus A)(y) = \begin{cases} \varnothing, \text{ якщо } y = 1, \\ (0,1], \text{ якщо } y \in [0,1). \end{cases}$$

Неважко переконатися, що
звідси $\mu_{X \setminus A}(y) \ne 1 - \mu_A(y)$.

Приклад 3. Розглянемо нечіткі множини $A : Y \to 2^Y$ та $B : Y \to 2^Y$ такі:

$$A(y) = \begin{cases} [0,1], \text{ якщо } y = 1, \\ \varnothing, \text{ якщо } y \in [0,1), \end{cases}$$

$$B(y) = \begin{cases} \varnothing, \text{ якщо } y = 1, \\ [0,1], \text{ якщо } y \in [0,1). \end{cases}$$

Зрозуміло, що $\mu_A(y) = \mu_B(y) = 1$, проте $A \cap B = \varnothing$, тому $\mu_{A \cap B}(y) = 0$. Звідси для характеристичної функції перетину множин маємо $\mu_{A \cap B}(y) < \min(\mu_A(y), \mu_B(y))$.

Приклади 1 і 3 базуються на тому факті, що в загальному випадку характеристична функція перетину множин не може бути виражена через μ_A та μ_B, адже події $\xi \in A(y)$ та $\xi \in B(y)$ не завжди P-незалежні. Справді, строга нерівність

$$\mu_{A \cap B}(y) < \min(\mu_A(y), \mu_B(y)), y \in Y,$$

справджується тоді й тільки тоді, коли події $\xi \in A(y)$ та $\xi \in B(y)$ є P-незалежними для всіх $y \in Y$, тобто нечіткі множини A та B є P-незалежними.

3. Узгодження підходів до побудови нечітких множин

Розглянемо спосіб, який дає змогу перетворювати довільні нечіткі множини на P-незалежні, не змінюючи їхньої характеристичної функції [4]. Цей спосіб фактично зводиться до перетворення $A \to \overline{A},\ B \to \overline{B},$ при якому

$$\mu_A(y) = \mu_{\overline{A}}(y),\ \mu_B(y) = \mu_{\overline{B}}(y),$$
$$\mu_{A \cap B}(y) \le \min(\mu_A(y), \mu_B(y)) =$$
$$= \min(\mu_{\overline{A}}(y), \mu_{\overline{B}}(y)) = \mu_{\overline{A} \cap \overline{B}}(y),\ y \in Y.$$

Нехай $(Y, 2^Y, P)$ – можливісний простір, в якому можливість P задана розподілом $\phi(\cdot)$, нехай $A : Y \to 2^X$ – нечітка множина. Тоді характеристична функція нечіткої множини A

$$\mu_A(x) = P(\{y \mid x \in A(Y)\}) = \sup_{\{y \mid x \in A(Y)\}} \phi(y).$$

Визначення 5. Задамо нечітку множину $\overline{A} : Y \to 2^X$ так:

$$\overline{A}_x = \{y \mid y \in Y, \phi(y) \le ,\mu_A(x)\}, \overline{A}(y) = \{x \mid x \in X, y \in \overline{A}_x\}.$$

Нечітку множину $\overline{A}$ назвемо P-поповненням нечіткої множини A.

Наведемо основні властивості P-поповнення для операцій, введених у визначенні 4 за аналогією з [4], де вони вивчаються для операцій визначення 3.

Теорема 1. Нехай $\boldsymbol{Y} = (Y, 2^Y, P^Y)$ та $\boldsymbol{Z} = (Z, 2^Z, P^Z)$ – можливісні простори, $A : Y \to 2^X$ та $B : Y \to 2^X$ – довільні нечіткі множини, $\mu_A(\cdot)$ та $\mu_B(\cdot)$ – їх характеристичні функції; нехай операції $\cup$ і $\cap$ задаються за визначенням 4. Тоді P-поповнення нечітких множин $\overline{A} : Y \to 2^X$ та $\overline{B} : Y \to 2^X$ мають такі властивості:

$$\mu_A(x) = \mu_{\overline{A}}(x),\ \mu_B(x) = \mu_{\overline{B}}(x),\ x \in X;$$
$$\overline{A} = \overline{\overline{A}},\ \overline{B} = \overline{\overline{B}},\ A \subseteq \overline{A},\ B \subseteq \overline{B};$$
$$A \cup B \subseteq \overline{A \cup B} \subseteq \overline{A} \cup \overline{B},$$
$$A \cap B \subseteq \overline{A \cap B} \subseteq \overline{A} \cap \overline{B}.$$

Доведення теореми зводиться до перевірки зазначених співвідношень.

У випадку $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Z}$ можна отримати сильніше твердження.

Теорема 2. Нехай $\boldsymbol{Y} = (Y, 2^Y, P^Y)$ – можливісний простір з канонічним нечітким елементом ξ, який визначається розподілом $\phi^{\xi}(\cdot)$, нехай $A : Y \to 2^X$ та $B : Y \to 2^X$ – довільні нечіткі множини, $\mu_A(\cdot)$ та $\mu_B(\cdot)$ – їх характеристичні функції; нехай операції $\cup$ та $\cap$ задаються за визначенням 4. Тоді

$$A \subseteq B \Rightarrow \overline{A} \subseteq \overline{B} \iff \mu_{\overline{A}}(x) \le \mu_{\overline{B}}(x).$$

Ще сильніше твердження дістаємо за умови залежності нечітких множин A та B від одного й того самого екземпляра канонічного нечіткого елемента ξ, а саме:

$$(A \breve{\cup} B)(y) = (A \cup B)(y, y) = A(y) \cup B(y),$$
$$(A \breve{\cap} B)(y) = (A \cap B)(y, y) = A(y) \cap B(y).$$

Теорема 3. Справджуються наступні властивості:

1) $\overline{A \breve{\cup} B} = \overline{A} \breve{\cup} \overline{B},\ \overline{A \breve{\cap} B} = \overline{A} \breve{\cap} \overline{B};$
2) $\overline{A}$ і $\overline{B}$ P-незалежні щодо $\breve{\cup}$:

$$\mu_{\overline{A} \breve{\cap} \overline{B}}(x) = \min(\mu_{\overline{A}}(x), \mu_{\overline{B}}(x)) = \mu_{A \breve{\cap} B}(x).$$

Дослідимо тепер доповнення до нечіткої множини в теорії Заде.

Згідно з визначенням характеристичної функції доповнення $\mu_{X \setminus A}$ отримуємо, що умова $\mu_{X \setminus A}(x) = 1 - \mu_A(x)$ не виконується навіть для P-поповнених множин.

Проте в теорії Заде $\mu_{X \setminus A}$ можна визначити загальніше: $\mu_{X \setminus A}(\cdot) = \theta(\mu_A(\cdot))$.

Тут $\theta : [0, 1] \to [0, 1]$ – довільна строго монотонно спадна функція, причому $\theta(0) = 1$, $\theta(1) = 0$.

Водночас у теоретико-можливісній моделі це не проходить: функцію $\theta(\mu_A(\cdot))$ не завжди можна інтерпретувати як характеристичну функцію доповнення $\mu_{X \setminus A}$. Справді, нехай $\mu_A(x) = P(x \in A)$ – можливість належності $x \in X$ до A, $\mu_{X \setminus A}(x) = P(x \in X \setminus A) = P(x \notin A)$ – можливість належності $x \in X$ до $X \setminus A$; тоді

$$\max(\mu_A(x), \mu_{X \setminus A}(x)) =$$
$$= \max(P(x \in A), P(x \notin A)) = P(x \in X) = 1.$$

Проте ця умова не завжди виконується для довільної пари функцій $\mu_A(\cdot)$, $\theta(\mu_A(\cdot))$ із наведеною вище умовою для θ. Справді, маємо

Приклад 4. Нехай $0 < \mu_A(x) < 1$, тоді для деякого $x \in X$ за визначенням θ маємо $0 < \theta(\mu_A(x)) < 1$, тому $\max(\mu_A(x), \theta(\mu_A(x))) < 1$. Отже, $\mu_A(\cdot)$ та $\theta(\mu_A(\cdot))$ не пов'язані як взаємнодоповнювальні характеристичні функції нечітких множин.

Трактуючи θ як «заперечення», треба розглядати $\theta(\mu_A(x))$ як характеристичну функцію множини $\tilde{A}$, дуальної до A. Враховуючи, що характеристична функція неоднозначно визначає нечітку множину (дві різні нечіткі множини можуть мати одну й ту саму характеристичну функцію), пропонуємо такий спосіб побудови дуальної множини $\tilde{A}: Y \to 2^X$ за значенням $\mu_{\tilde{A}}(x) = \theta(\mu_A(x))$:

$$\tilde{A}_x = \{y \mid y \in Y, \phi(y) \le \theta(\mu_A(x))\},$$
$$\tilde{A}(y) = \{x \mid x \in X, y \in \tilde{A}_x\}.$$

Нечітка множина $\tilde{A}$ є P-поповненою за побудовою, тому її можна трактувати як теоретико-можливісний аналог операції доповнення теорії нечітких множин Заде.

Висновки

У статті запропоновано підхід до моделювання теорії нечітких множин Л. Заде на основі більш загальних теоретико-можливісних методів. Засобами теорії можливостей введено операції над нечіткими множинами, які відповідають традиційним операціям над такими множинами, досліджено властивості цих операцій. Виявлено істотні відмінності двох теорій щодо моделювання нечіткості.

Література

1. Касьянюк В. С. Побудова логіки нечітких предикатів та алгебри нечітких реляцій на базі теоретико-можливісного підходу / В. С. Касьянюк, Л. М. Малютенко, М. В. Польща // Наукові записки НаУКМА. Комп'ютерні науки. – 2010. – Т. 112. – С. 103–109.
2. Нечеткие множества в моделях управления и исскуственного интеллекта (под ред. Д. А. Поспелова). – М. : Наука, 1986. – 312 с.
3. Прад А. Теория возможностей / А. Прад, Д. Дюбуа. – М. : Радио и связь, 1990. – 288 с.
4. Пытьев Ю. П. Возможность. Элементы теории и применения / Ю. П. Пытьев. – М. : Едиториал УРСС, 2000. – 194 с.
5. Пытьев Ю. П. Основы теории возможностей. Методы оптимального оценивания и принятия решений. Нечеткие элементы, независимость, условные распределения / Ю. П. Пытьев // Вестник Московского университета, серия 3 (физика, астрономия). – 1998. – № 2. – С. 3–8.
6. Zadeh L. Fuzzy sets / L. Zadeh // Information and Control. – 1965. – № 8. – p. 338–353.
7. Zadeh L. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility / L. Zadeh // Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – № 1. – С. 3–28.

V. Kasyanuk, L. Malutenko, M. Polshcha

MODELLING OF FUZZY SETS IN THEORY OF POSSIBILITIES

In this paper we propose an approach to modelling of L. Zadeh's fuzzy sets using theory of possibilies methods. Operations on fuzzy sets in theory of possibilities corresponding to traditional fuzzy operations are specified, and properties of the introduced operations are studied.

Keywords: theory of possibilities, fuzzy sets.

Матеріал надійшов 24.10.2011