ГЕНЕРУВАННЯ МНОЖИН МАНДЕЛЬБРОТА І ЖУЛІА

Виконав: Осадчук Володимир Ігорович
Керівник: Бублик Володимир Васильович

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

- Дослідити, що таке множини Мандельброта та Жуліа
- Визначити, які проблеми породжуються при обчисленні даних множин та їх вирішення
- На основі досліджень розробити програму, що генерує множини Мандельброта і Жуліа у графічному вигляді

МАТЕМАТИЧНІ ПОНЯТТЯ

Це підмножини комплексних чисел, що визначені наступним чином:

$$\text{Set} = \{c \in C \mid \lim_{n\to\infty} Z_n \neq 0\}$$

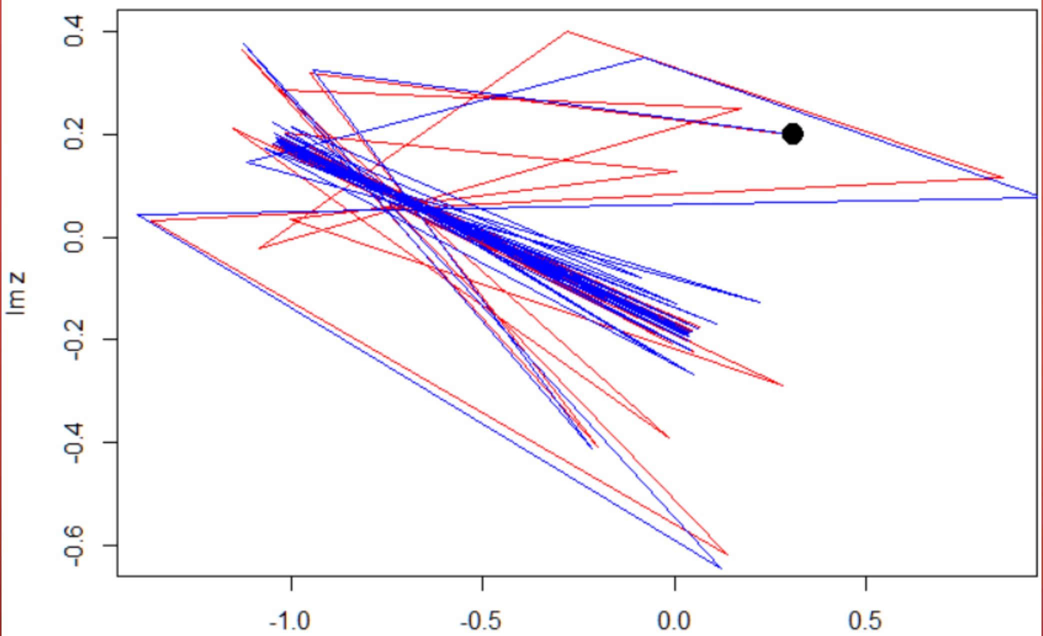
Де:

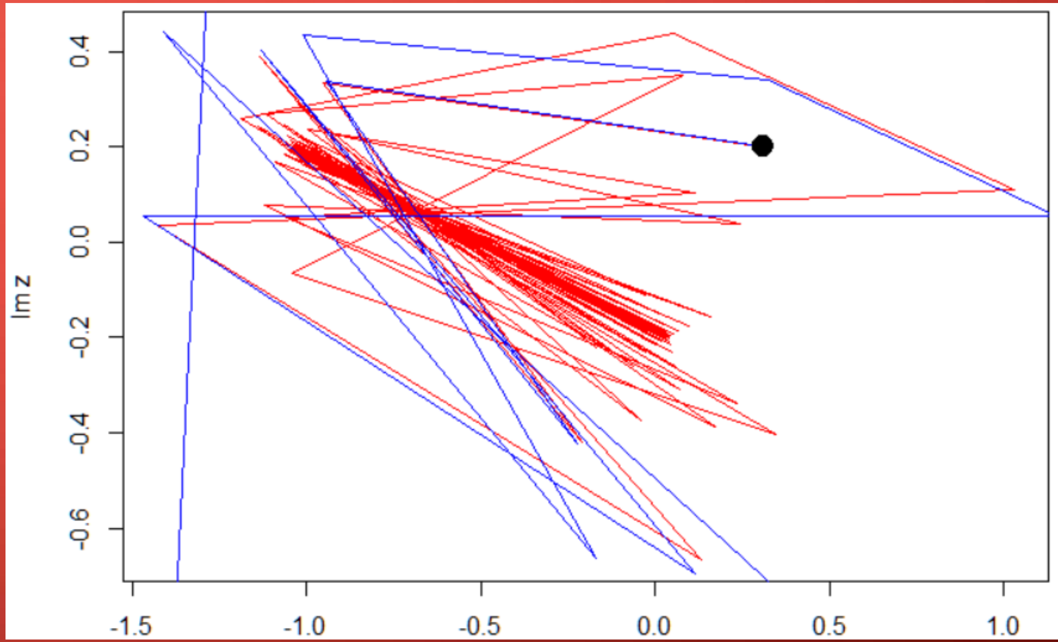
Z_0=c

$Z_{n+1} = Z_n^2$+c – Для множини Мандельброта

$Z_{n+1} = Z_n^2$+K – Для множини Жуліа

МАТЕМАТИЧНІ ПОНЯТТЯ





Нормальна поведінка
(Поліном $f(z) = z^2 - 1 + 0.2i$)

Хаотична поведінка
(Поліном $f(z) = z^2 - 1 + 0.213i$)

МАТЕМАТИЧНІ ПОНЯТТЯ

Множина Жуліа поліному $f(z) = z^2 + c$ – це така підмножина комплексних чисел, для кожної точки якого поведінка функції під дією ітерації є **хаотичною.**

Множина Мандельброта – це множина параметрів c поліному $f(z) = z^2 + c$, для яких множина Жуліа є **зв’язною.**

ПРОБЛЕМИ ОБЧИСЛЕННЯ МНОЖИН

- Значення Z прямує до нескінченності
- Це значення оцінюється нескінченно багато разів

ПРОБЛЕМИ ОБЧИСЛЕННЯ МНОЖИН

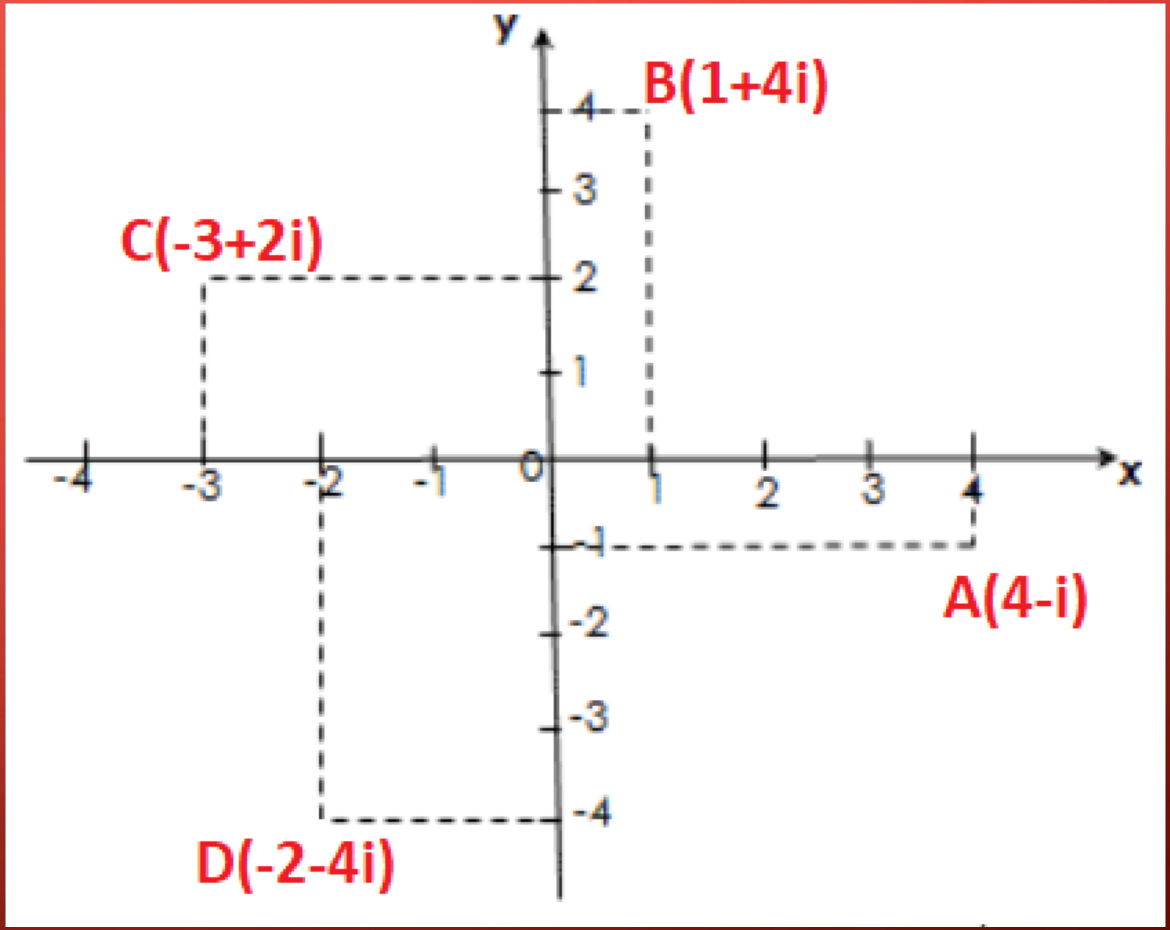
- Для множини Мандельброта – за допомогою математичної індукції можна довести, що якщо абсолютне значення Z (відстань від 0 + 0i) стане більшим за 2, то воно вже ніколи не стане меншим, а навпаки буде стрімко збільшуватись до нескінченності.
- Для множини Жуліа – існує теорема: якщо для квадратичного поліному виду $f(z) = z^2 + K$ обчислити $\mathrm{R} = \frac{1+\sqrt{1+4|K|}}{2}$, і абсолютне значення Z стане більшим за R, то ця точка не належатиме множині.

ПРОБЛЕМИ ОБЧИСЛЕННЯ МНОЖИН

- Скільки ж разів нам треба проітерувати Z_n щоб побачити, чи виходить воно за межі?
- На щастя, достатньо всього декілька десятків (50-100). Це викликано обмеженнями роздільної здатності зображення, яке ми маємо отримати в результаті.

ПОЄДНАННЯ МНОЖИН З ЗОБРАЖЕННЯМИ

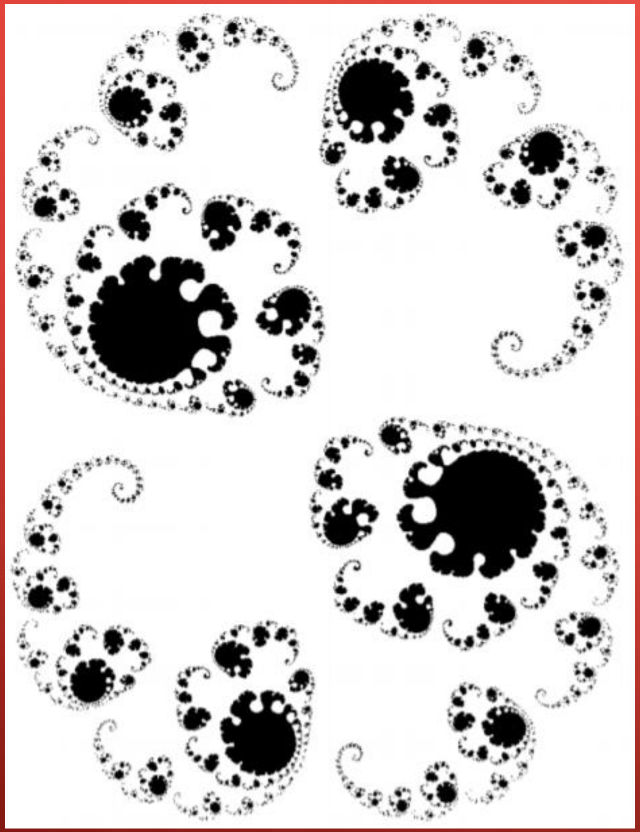
Вісь X – дійсна частина
Вісь У – уявна частина



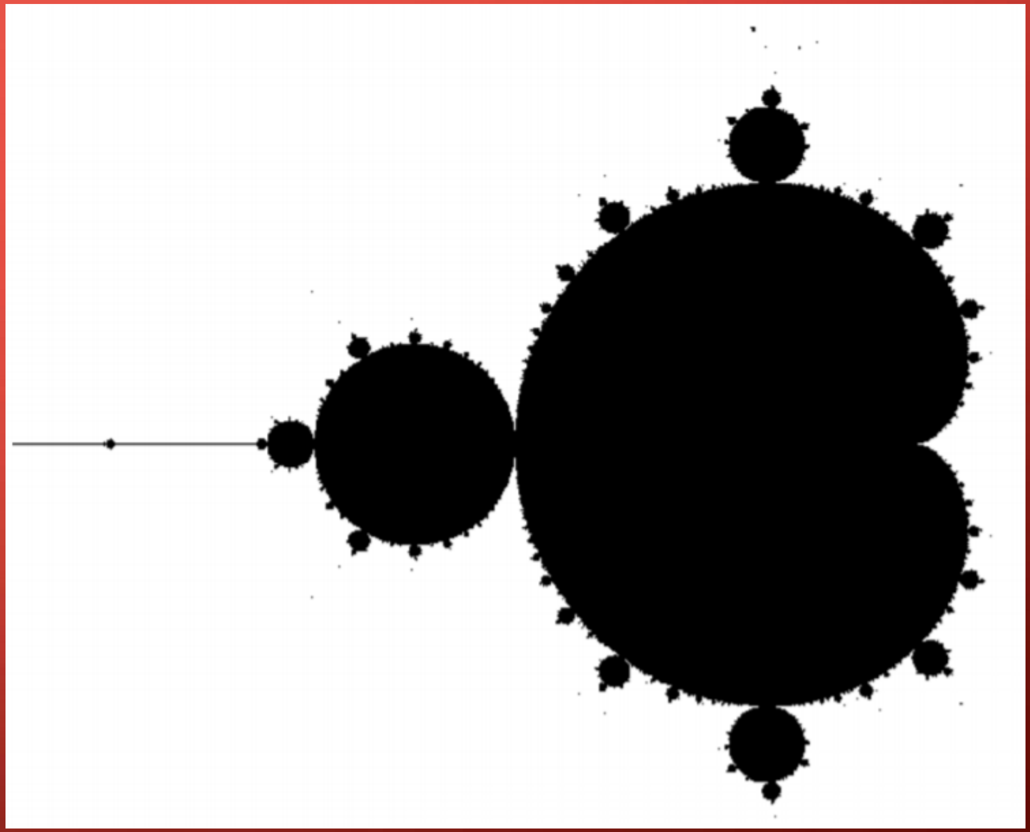
АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ

- Обираємо c для поліному $f(z) = z^2 + c$
- Обчислюємо R для заданого поліному
- Обираємо параметр ***maxIter***, який буде визначати максимальну кількість ітерацій
- Проходимось по кожному пікселю (якому відповідає певне комплексне число), якщо кількість ітерацій досягнула ***maxIter***, фарбуємо піксель в чорний інакше в білий.

РЕЗУЛЬТАТИ ВИКОНАННЯ

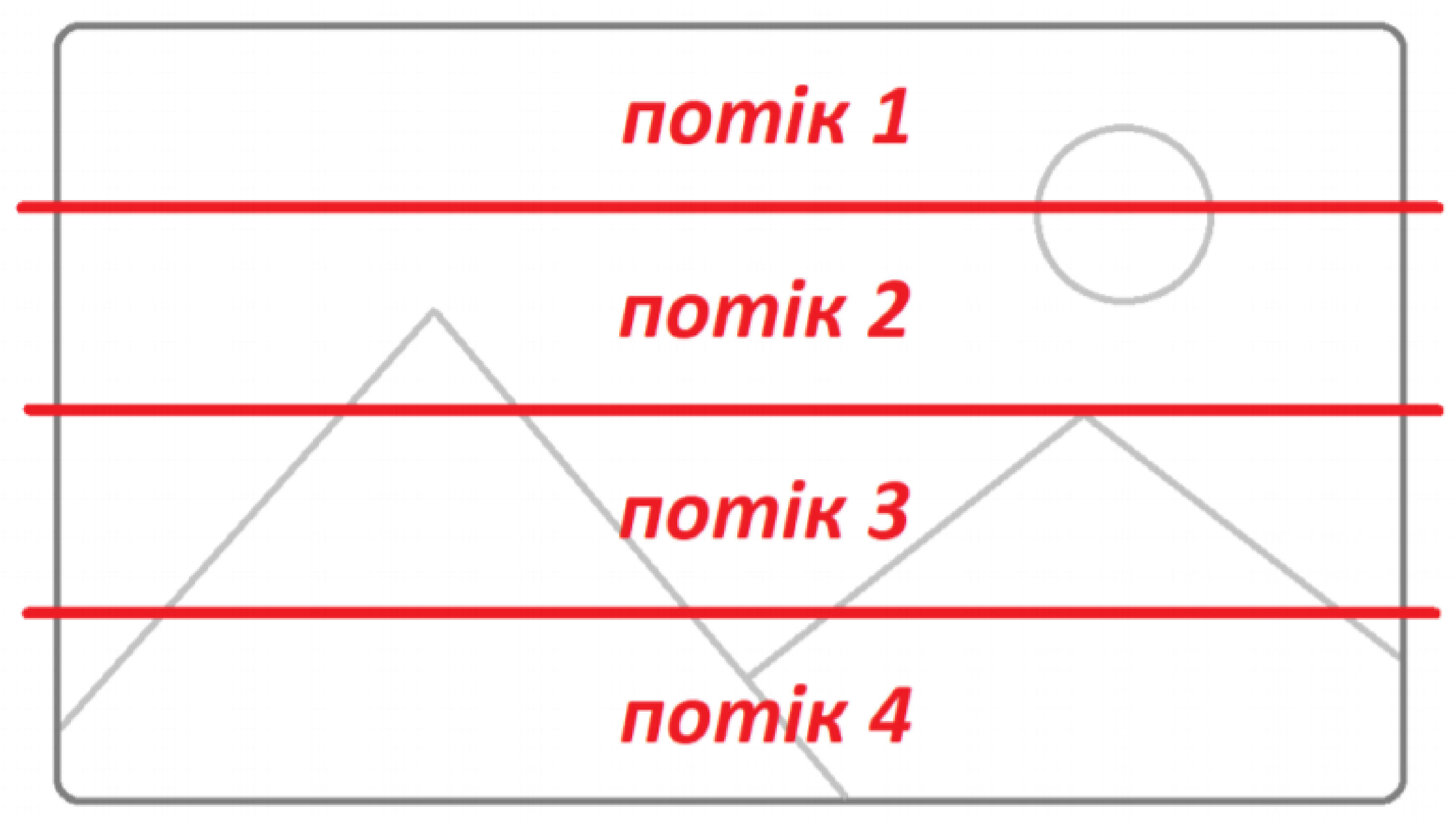


мн. Жуліа для $c = 0{,}285 + 0{,}01i$



мн. Мандельброта

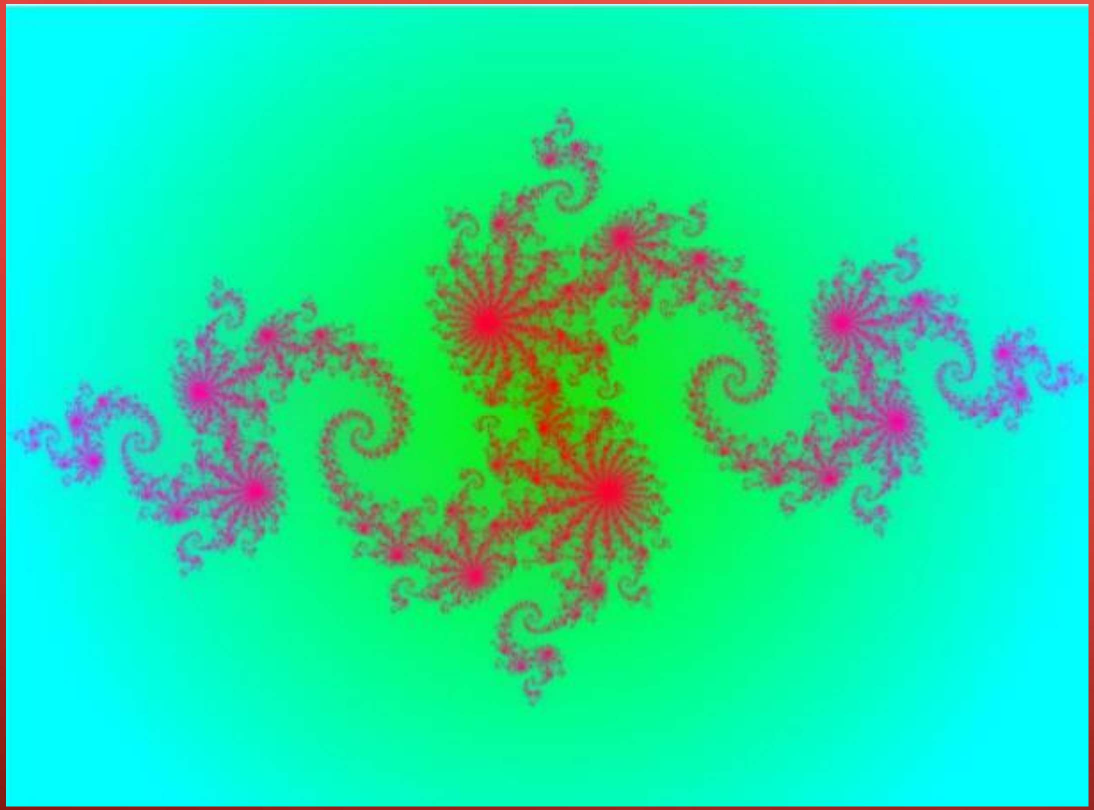
БАГАТОПОТОЧНІ ОБЧИСЛЕННЯ



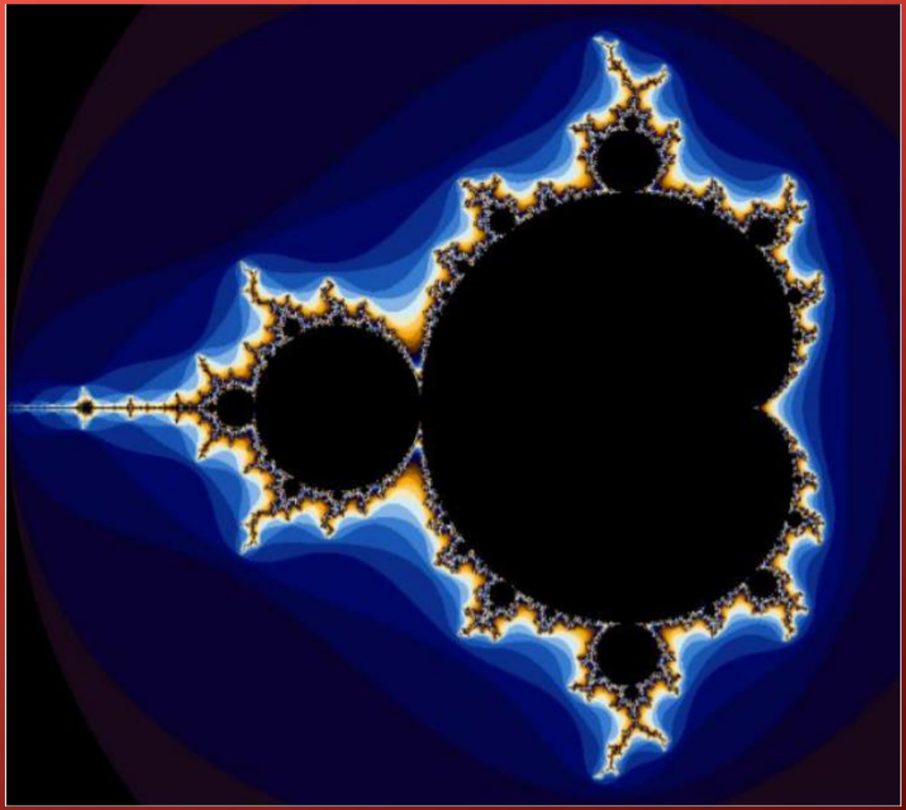
ЗАБАРВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ

- Використаємо кількість ітерацій, необхідних для Z, щоб “вийти” за межі
- Для мн. Мандельброта створимо масив на 16 кольорів і кожен піксель фарбуємо в колір що знаходиться на (**iter** mod16) позиції масиву
- Для мн. Жуліа червоний колір прямо пропорційний до кількості ітерацій, зелений – обернено пропорційний до кількості ітерацій, синій – прямо пропорційний до абослютного значення Z

ЗАБАРВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ



мн. Жуліа для $c = -0{,}8 + 0{,}156i$



мн. Мандельброта

ВИСНОВКИ

- Розглянули математичне визначення множин Мандельброта та Жуліа, а також зв'язок між ними
- Розглянули проблеми, які виникають при обчисленні множин та їх вирішення
- Розглянули алгоритм створення множин та способи його покращення
- Побачили результати виконання програми

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ