

Міністерство освіти і науки України
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «КИЄВО-МОГИЛЯНСЬКА АКАДЕМІЯ»
Кафедра математики

Курсова робота

На тему: «Рівновага за Нешем у стохастичних іграх з дисконтованим критерієм»

Виконав:

Студент 3 курсу

спеціальності «Прикладна математика»

Федоренко Андрій Юрійович

Керівник курсової роботи:

Чорней Руслан Костянтинович

Київ 2020



Об'єкт, предмет і мета дослідження

- **Об'єктом** дослідження виступає дисконтована стохастична гра, яка є моделлю конкурентної ситуації між декількома особами для отримання вигоди з певної ситуації
- **Предметом** є рекомендації щодо прийняття рішень людьми у різних життєвих ситуаціях, моделлю яких якраз і виступає стохастична гра.
- **Метою** роботи є розробка застосунку, що прийматиме формальну модель стохастичної гри з визначеною кількістю гравців, станів та дій і повертатиме профіль стратегій, що є рівновагою за Нешем для даної гри.
 - Для розробки було обрано мову програмування Python.



Моделювання стохастичної гри з дисконтованим критерієм

- **Гра з точки зору теорії ігор** – це будь-яке протистояння або конфлікт двох або більше сторін, які називаються гравцями.
- Гравці мають задану скінченну множину дій, доступних для них.
- Оскільки розглядається стохастична гра, визначена також скінченна множина станів. Для станів визначений закон руху між ними.
- За свої дії гравці отримують виплату. Щоб оцінити виплати гравців визначається **дисконтований критерій** – величина, яка вказує на те, наскільки гравців «хвилює ситуація в майбутньому»

Модель дисконтованої стохастичної гри

$$(N, S, A^*, (A^j, r^j) : j \in N, q, \beta)$$

де N – скінченна множина гравців;

S – скінченна множина станів;


A^* – скінченна множина усіх дій, доступних гравцям;

$A^j : S \rightarrow A^*$ - функція, що визначає набір дій для кожного гравця $j \in N$ в стані $s \in S$;

$r^j : \{(s, a) : s \in S, a \in A^*\} \rightarrow \mathbb{R}$ - функція виплат;

$q : \{(s, a) : s \in S, a \in A^*\} \rightarrow S$ – закон руху;

β – дисконтований критерій, $\beta \in (0; 1)$.



Сама гра проходить наступним чином : гра знаходиться в початковому стані $s_1 \in S$. У стані m гравці мають доступ до історії гри

$$(s_1, a_1, s_2, a_2, \dots, a_{m-1}, s_m)$$

де s_i - стан гри при i -му етапі

a_i - комбінація дій, зіграних гравцями на відповідному етапі.

Кожен гравець i обирає незалежно від інших гравців та одночасно з ними дію $a_m^i \in A^i(s_m)$, отримує виплату $r^i(s_m, a_m)$, і гра переходить до наступного стану s_{m+1} відповідно до закону руху $q(\cdot | s_m, a_m)$

Визначення рівноваги за Нешем

- Рівновага за Нешем у стохастичній грі з дисконтованим критерієм означає, що ні одному з гравців не вигідно відхилитись від обраної стратегії, за умови того, що інші гравці гратимуть ті ж самі стратегії, і має вигляд

$$\gamma_i(\tau^*)(s) \geq \gamma_i(\tau_{-i}^*, \tau_i^*)(s)$$

Марківська рівновага та її зв'язок з рівновагою за Нешем

Якщо всі гравці гратимуть лише Марківські стратегії, то для кожного гравця i Марківська стратегія у поточному стані s задаватиметься:

$$f_{is} : S \rightarrow A^i$$

Де f_{is} - обмежена функція, задана у просторі станів.

Марківська рівновага в чистих стратегіях для будь-якого стану s та для всіх гравців i матиме вигляд:

$$\gamma_i(f^*)(s) \geq \gamma_i(f_{-i}^*, f_i^*)(s)$$

Алгоритм знаходження рівноваги

- Алгоритм полягає в знаходженні максимальної вигоди g для кожного з гравців. Знаходження такої рівноваги для кожного стану гри s і буде результатом виконання програми.
- На кожній ітерації фіксуватимемо поточний стан гри s .
- З набору усіх можливих стратегій гравців знаходитимемо такі, у яких максимальна очікувана вигода для кожної фіксованої дії.
- Серед них знайдемо профіль стратегій, у якого відповідно, буде найбільша очікувана виплата у стані гри s на етапі i .
- Це і буде рівновага за Нешем
- Гра переходить до наступної ітерації, та нового стану, визначеного законом руху системи.



ВИСНОВКИ

- В результаті виконаної роботи створено програму для обчислення рівноваги за Нешем у стохастичних іграх з дисконтованим критерієм.
- Можливе покращення – зміна мови програмування
- Можливе знаходження в подальшому нових алгоритмів для інших типів стохастичних ігор, які можуть з'явитися, адже теорія ігор – відносно нова галузь науки.



Дякую за увагу!