

УДК 517.7

Глибовець М.М., д. ф.-м. н., проф.,
Сидоренко М.О., асп.

Марковська модель оцінки вартості проекту з ризиком

У роботі було приведено модель, що дозволяє оптимізувати вартість проекту за наявності ризиків. Вона залежить від числа робіт, кількості і типу ресурсів, що необхідні для виконання певної роботи, в тому числі й затраченого часу при умові відсутності ризиків, а також мінімізованої функції затримки проекту. Остання обраховується в днях і знаходиться за допомогою марковських процесів прийняття рішень. У моделі зроблене припущення, що ризики не корелюють між собою.

Ключові слова: ризик, проект, марковські процеси.

*E-mail: tinuriel@gmail.com

Статтю представив д. ф.-м. н., чл. кор. НАНУ, Анісімов А.В.

Вступ

Наразі процес аналізу і управління проектними ризиками став невід'ємною частиною управління проектами. У цій праці розглядається розв'язок задачі керування ризиками, а також вибору оптимальної комбінації запобіжних дій стосовно кожного ризику за допомогою процесів прийняття рішень Маркова.

Розглянемо основні терміни й означення, що стосуються предмету управління проектами [1].

Проект – це тимчасова дія, призначена для створення унікальних продуктів, послуг, результатів. Проекти є засобом організації операцій, які не можуть бути проведені в межах звичайної діяльності підприємства чи установи.

Управління проектами - це додаток до знань, навичок, інструментів і методів призначених для успішного досягнення цілей та завершення завдань проекту. Управління проекту виконується за допомогою застосування й інтеграції процесів ініціації, планування,

M.M. Glibovets, doctor,
M.O. Sydorenko postgraduate student

Markov model of estimation of risky project cost

In the work the were given a model, which optimizes the value of the project in case of the availability of risk. It depends on the number of works, the number and type of resources required to perform certain work, the time required to perform work in case of the absence of risk and from minimized project delay function. The last on is calculated in days and is found with the help of Markov Decision Processes. There were made an assumption that risks aren't correlated with each other.

Key words: risk, project, Markov Process.

виконання, моніторингу, управління й завершення. Управління ризиками проекту включає в себе процеси, що відносяться до їх планування, ідентифікації й аналізу, реагування на ризики. Більшість з цих процесів підлягають відновленню в ході проекту. Метою управління ризиками проекту є підвищення ймовірності виникнення і впливу сприятливих подій, або зниження ймовірності виникнення і впливу несприятливих для проекту дій.

Ризик проекту - це невизначена подія чи умова, яка в випадку виникнення, має позитивний чи негативний вплив в меншій мірі на одну з цілей проекту, наприклад, терміни, вартість, склад, якість (в залежності від конкретного завдання: коли ціль проекту є його завершення відповідно до визначеного розкладу або результат проекту має не перебільшувати за вартістю обумовлений бюджет). Ризик може бути викликаний однією чи декількома причинами і в випадку виникнення може впливати на кілька факторів.

Існують кількісні методи аналізу ризиків при управлінні проектами [2,3]. Серед них найбільш відомі і поширені у використанні є: аналіз чутливості (sensitivity analysis) параметрів проекту від зміни значень різних змінних, метод критичного шляху CPM (Critical Path Method) і метод оцінки й перегляду планів PERT (Program Evaluation and Review Technique), метод дерева рішень (decision tree analysis), діаграма впливу (influence diagrams). Деякі вчені пропонують проводити ряд аналітичних процедур на основі побудованої ієрархічної структури моделі АНР (analytical hierarchy process). В праці [4] також згадується про доцільність використання штучних нейронних мереж для моделювання проектних ризиків в якості альтернативи традиційним статистичним моделям.

Метою даної роботи є побудова математичної моделі для оптимізації оцінки вартості проекту при умові існування ризиків за використання процесів прийняття рішень Маркова [5,6,7].

Нагадаємо, що ланцюг Маркова - це послідовність випадкових подій зі скінченим числом результатів, для якої характерна властивість, що при фіксованому теперішньому стані, майбутнє не залежить від попереднього.

Модель прийняття рішень Маркова для певного середовища розвивається дискретними часовими періодами. Стан світу описується розподілом ймовірності. Особа, що приймає рішення, спостерігає поточну ситуацію середовища і обирає певну дію.

Мета, яку переслідує особа, що приймає рішення, - підібрати стратегію, яка максимізує сумарний прибуток у довготривалому періоді.

Оскільки за критерієм стану дане середовище є середовищем за Марковим, тобто, ймовірність наступного стану, зумовленого поточним станом, дією, яку обирає особа, що приймає рішення, і не залежать від попередніх. Оптимальна стратегія для особи, що приймає рішення, є детермінованою функцією тільки від поточного стану.

Припустимо, що ми знаємо значення функції ймовірності переходу зі стану в стан $P_s(s,s')$ і функції виграшів $R_a(s,s')$. Знайдемо стратегію, яка максимізує очікуваний дисконтований прибуток.

Для заданої стратегії π і для початкового стану s , ми можемо відтворити процес і

підрахувати очікуваний майбутній прибуток, за допомогою функції $V(x)$.

$$V^\pi(s) = E\{R_0 + \gamma R_1 + \gamma^2 R_2 + \dots | s_0 = s; \pi\} = E\{\sum_{t=1}^{\infty} \gamma^t R_t | s_0 = s; \pi\},$$

де R_i - миттєвий прибуток на i -тому кроці;

$$V^*(s) = \max_{\pi} V^\pi(s).$$

Ми говоримо, що стратегія π^* оптимальна, якщо вона максимізує функцію виграшу для кожного початкового стану, тобто: π^* - optimal $\Leftrightarrow \forall x: V^{\pi^*}(s) = V^*(s)$.

$V^*(s)$ - це сума очікуваних прибутків, що за означенням задовольняє просту рекурсивну властивість:

$$V^*(s) = R_s(s,s') + \gamma \sum_{s'} P_a(s,s') V^*(s')$$

Оптимум шукається серед детермінованих стратегій.

Сутність моделі

В моделі марковські процеси прийняття рішень використовуються для підрахунку кількісного впливу ризиків на тривалість проекту.

Проект - це набір робіт, які виконуються в певному порядку. Для виконання кожної роботи необхідною є певна кількість ресурсів й часу, затраченого на її завершення.

Оцінка вартості планових операцій включає в себе приблизну оцінку вартості ресурсів, необхідних для виконання планової операції [1]. Обраховуючи приблизну оцінку вартості, необхідно приймати в розрахунок можливі причини відхилень, включаючи ризики.

Вартість майбутнього проекту оцінюється для всіх ресурсів, задіяних в проекті. До ресурсів відносять робочу силу, матеріали, обладнання, послуги й приміщення. Вартісна оцінка проекту - це кількісна оцінка можливої вартості ресурсів, необхідних для виконання даного проекту.

Тут ми приводимо спрощену модель оцінки вартості проекту. Тому, вартість проекту залежить лише від часу витраченого на його виконання, вартості необхідних ресурсів та постійних витрат (оренда приміщення, купівля обладнання й інше).

В запропонованій моделі для типів робіт, які виконуються у рамках проекту, передбачені ризики, що впливають на термін виконання кожної роботи окремо.

Ризики можуть суттєво вплинути на тривалість проекту та на його вартість. Для кожного ризику можна визначити декілька станів. Ці стани ризиків представлені в вигляді ланцюга Маркова (рис.1), де вузлом є стан ризику, переходом вліво

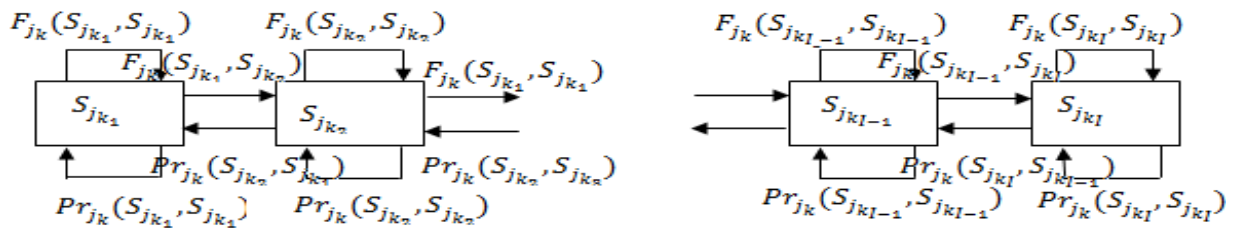


Рис.1. Перехід ризиків із стану в стан

характеризується зменшення впливу ризику, переходом вправо - збільшення.

Ми маємо можливість застосовувати запобіжні заходи до ризиків. Ці запобіжні заходи визначаються за допомогою переходу вліво з одного стану ризику в інший в ланцюгу Маркова. Запобіжні дії також потребують витрат часу. Якщо проти ризику не застосовувати ніяких дій, то це не потребує жодних витрат.

Розбиття тривалості роботи на часові проміжки, під час яких здійснюється зміна станів ризику, може бути довільним.

В моделі зроблено припущення, що ризики не корелюють між собою, тому загальний вплив на роботу декількох ризиків, дорівнює сумі впливів цих ризиків.

Уточнимо приведену модель.

Нехай маємо:

$\{j\}$ - впорядкована скінчена множина робіт, $j = 1, \dots, J$;

J - загальна кількість робіт необхідних для виконання проекту;

$\{L_j\}$ - скінчена множина типів ресурсів, необхідних для виконання роботи j ;

$\{K_j\}$ - скінчена множина типів ризиків, що характерні для роботи j ;

C - постійні витрати (наприклад оренда приміщення, амортизація устаткування, податки, тощо);

C_{l_j} - ціна одиниці ресурсу типу l_j ;

W_{l_j} - кількість ресурсу типу l_j , що необхідна для виконання роботи j ;

E - очікувана ціна проекту;

d_j - час необхідний на виконання роботи j за умови відсутності ризиків;

$\{S_{jk_i}\}$ - скінчена множина станів ризику типу k для роботи $j, k \in \{K_j\}, j \in \{J\}, i = 1 \dots I$;

I_{k_j} - загальна кількість станів ризиків типу k для роботи, $j, k \in \{K_j\}, j \in \{J\}$;

$F_{S_{jk_i}}(i, i + 1)$ - функція збільшення впливу ризику, що знаходився в стані S_{jk_i} обраховується в днях;

$Pr_{S_{jk_i}}(i, i - 1)$ - функція попереджувальної дії спрямованої на зменшення впливу ризику, що знаходився в стані S_{jk_i} і обраховується в днях;

$$\{A_{S_{jk_i}}\} = \{F_{S_{jk_i}}(i, i) \cup Pr_{S_{jk_i}}(i, i); F_{S_{jk_i}}(i - 1, i) \cup Pr_{S_{jk_i}}(i, i); F_{S_{jk_i}}(i, i) \cup Pr_{S_{jk_i}}(i, i - 1);$$

$F_{S_{jk_i}}(i - 1, i) \cup Pr_{S_{jk_i}}(i, i - 1)\}$ - скінчена множина дій, що можна виконати в стані ризику $S_{jk_i}, S_{jk_i} \in \{S_{jk_i}\}$;

$P_a(s, s') = P(s_{t+1} = s' | s_t = s, a_t = a)$ - ймовірність того, що дія a в стані s , в якому знаходилась система в момент часу t , призведе до стану s' в момент $t + 1$, де $a \in \{A_{S_{jk_i}}\}, s, s' \in \{S_{jk_i}\}$, де $t = 1 \dots T_j$;

T_j - останній момент часу, коли відбувається перехід до стану s' зі стану s для роботи j , де $j \in \{J\}$;

$R_a(s, s')$ - очікуваний миттєвий програш отриманий від переходу до стану s' зі стану s з ймовірністю переходу $P_a(s, s')$, який обраховується в днях, де $a \in \{A_{S_{jk_i}}\}, s, s' \in \{S_{jk_i}\}$;

$\pi(S_{jk_i})$ - оптимальна стратегія;

$V(S_{jk_i})$ - затримка тривалості роботи j через вплив ризику k , що обраховується в днях, де $j \in \{J\}, k \in \{K_j\}$;

γ - дисконтуючий множник, що задовольняє умові $0 < \gamma \leq 1$;

Модель:

$$E = \sum_{j=1}^J \sum_{l_j}^{L_j} W_{l_j} C_{l_j} \left(d_j + \sum_k^{K_j} V_{jk}(s) \right) + C$$

- функція вартості проекту, що залежить від числа робіт, кількості і типу ресурсів, що необхідні для виконання певної роботи, часу необхідного для виконання роботи при умові відсутності ризиків, а також мінімізованої функції затримки проекту через вплив ризиків, який обраховується в часі.

$$V^*(S_{jk}) = \min_{a \in \{A_{S_{jk}}\}} (R_a(s, s') +$$

$$+ \gamma \sum_{s'} P_a(s, s') V^*(s')),$$

де $V^*(S_{jk})$ - мінімізована функція затримки роботи j через ризик типу k , що обраховується в днях і знаходиться за допомогою марковських процесів прийняття рішень.

$$R_a(s, s') = \begin{cases} F_{S_{jk}}(i, i) + Pr_{S_{jk}}(i, i) \\ F_{S_{jk}}(i-1, i) + Pr_{S_{jk}}(i, i) \\ F_{S_{jk}}(i, i) + Pr_{S_{jk}}(i, i-1) \\ F_{S_{jk}}(i-1, i) + Pr_{S_{jk}}(i, i-1) \end{cases} ;$$

$$F_{S_{jk}}(i, i) = 0;$$

$$Pr_{S_{jk}}(i, i) = 0.$$

Висновки

В роботі було приведено модель, що дозволяє оптимізувати вартість проекту за наявності ризиків. Ризики впливають на тривалість проекту. Модель має вигляд:

$$E = \sum_{j=1}^J \sum_{l_j}^{L_j} W_{l_j} C_{l_j} \left(d_j + \sum_k^{K_j} V_{jk}(s) \right) + C,$$

де $V_{jk}(s)$ - це мінімізована функція затримки роботи j через ризик типу k , яка обраховується в днях і знаходиться за допомогою марковських процесів прийняття рішень.

Недоліком даної моделі є зроблене припущення, що ризики не корелюють між собою. Адже в реальному середовищі можливі випадки, коли існування одного ризику, призводить до іншого, або посилює вплив іншого на весь проект, або окрему його частину. Також постає і проблема збору статистичних даних для підрахунку ймовірностей переходів з одних станів ризику в

інший. Цю проблему можна частково вирішити збираючи данні з портфелів подібних проектів проекту.

В даній моделі також робиться припущення, що стани ризику змінюються, або залишаються незмінними лише один раз протягом певного періоду часу. Проте така ситуація мало ймовірна. Тому для подальшого дослідження пропонується використовувати частково спостережувані процеси прийняття рішень Маркова.

Список використаної літератури

- 1) Руководство к своду знаний по управлению проектами (Руководство РМВОК) :Project Management Institute, Inc.- Newtown Square, Pennsylvania, 2004-401 p.
- 2) *Бабицький Д.Ю.* Огляд кількісних методів аналізу ризиків при управлінні проектами: [Електронний ресурс]/ Д.Ю . Бабицький - Режим доступу: http://www.zulanas.lt/images/adm_source/docs/2_Babitsky_paperRUS.pdf
- 3) *Верзух, Е.* Управління проектами. Прискорений курс по програмі МВА[пер з англ.]/ Е.Верзух.- М.: Вільямс, 2007.- 480с.
- 4) *Xiaoying Liu.* An Artificial Neural Network Approach to Assess Project Cost and Time Risks at The Front End of Projects/ Liu Xiaoying// thesis ...master of science .- Calgary, Alberta, 1998.- 167p
- 5) *Боев Г.П.* Теорія ймовірності / Г.П. Боев.-М.: Державне видавництво техніко-теоретичної літератури, 1950.- 368 с.
- 6) *Hardie N.* Prediction and control of project duration: a recursive model/ N. Hardie // International Journal of Project Management.- 2001.- №7.- p.401-409.
- 7) *Puterman L. M.* Markov Decision Processes Discrete Stochastic Dynamic Programming/ Martin L.Puterman.- N.J.: John Wiley & Sons, Inc., 1994,- 649 p.

Надійшла до редколегії 25.10.10