Тема 7.
Теории ценообразования на финансовом рынке

Модель оценки капитальных активов

Модель оценки капитальных активов (CAPM - Capital Asset Pricing Model) была впервые сформулирована Вильямом Шарпом в 1964 г., а также независимо от него Джоном Линтнером и Жаном Моссэном.

Основные предположения модели CAPM повторяют предположения портфельной теории, - прежде всего, в отношении закономерностей формирования индивидуальных инвестиционных решений. Однако не менее существенны и предположения в отношении рынка в целом.

Итак, будем считать, что:

Все инвесторы не склонны к риску и оценивают активы исключительно по двум параметрам - среднему (ожидаемому) доходу на единицу вложенных средств и стандартному отклонению случайной величины доходности, которое характеризует риск инвестирования. Рост дохода при низменном риске, равно как и снижение риска при неизменном доходе, улучшают благосостояние (полезность) инвестора.

Все инвесторы имеют равный доступ к информации и одинаково оценивают доходность и риск каждого актива.

Не существует затрат на совершение сделок (операционных издержек) и налогов.

Отсутствуют ограничение на короткие продажи.

Существует безрисковая ставка доходности μ_0, и все инвесторы имеют одинаковые неограниченные возможности как по инвестированию, так и по кредитованию по данной ставке процента.

Все активы бесконечно делимы, то есть, существует возможность приобретения и продажи финансовых активов в любом объеме.

Модель и реальный рынок: анализ предположений

Сформулированные предположения описывают идеальный рынок, на котором можно, не имея ни копейки, занять 10 миллионов гривен и вложить их в государственные облигации или акции какого-либо предприятия. Можно покупать акции в любых количествах, не неся при этом никаких издержек. Можно неограниченно «коротко продавать» любые акции, то есть беспрепятственно занять, например, тысячу акций General Motors и тут же продать их. Существует доступ к информации обо всех финансовых инструментах, присутствующих на рынке, точно известны показатели среднего дохода и риска по каждому доступному финансовому активу.

Какое это имеет отношение к реальности? Предположения и упрощения, принимаемые в тех или иных теориях рынка капиталов, являются одним из основных предметов для дискуссий ученых и практиков финансового рынка. Конечно, сформулированные предпосылки описывают не реальный рынок, а его упрощенную модель: так называемый совершенный или полный рынок. Говорить о том, что эта модель точно отвечает действительности, все равно что, скажем, в физике пренебрегать силой трения. Тем не менее, без подобных моделей, которые значительно упрощая действительность, все же отражают ее основные, фундаментальные взаимосвязи, невозможно объяснить закономерности реальной жизни.

Что же касается предположений модели CAPM, то здесь целесообразно отметить следующее. Действительно, активы не бесконечно делимы, информация среди участников рынка распространяется неравномерно, существуют операционные издержки и ограничения на короткие продажи. Но при более внимательном рассмотрении, наши предпосылки, возможно, не так уж искажают действительность. Если взглянуть на развитые финансовые рынки, - прежде всего Северной Америки, Западной Европы, Юго-Восточной Азии, - то основными участниками рынка являются крупные финансовые институты, для которых, учитывая масштаб их деятельности, операционные издержки по сравнению с объемом операций незначительны, возможности по заимствованию и коротким продажам достаточно велики, доступ к рыночной информации практически неограничен. То есть, если предположения CAPM и упрощают действительность, - то по отношению к развитым рынкам, возможно, не так уж значительно.

Мы еще вернемся к анализу предположений модели, а пока заметим, что по сравнению с портфельной теорией, рассматриваемой в предыдущей главе, существенно новым является только одно - предположение 2, согласно которому все инвесторы имеют одинаковые возможности, одинаковую информацию, и, главное, - одинаковые представления о рискованности и доходности активов.

Рыночный портфель

Вспомним, что в графической интерпретации при наличии безрисковой ставки, допустимое множество для любого инвестора представляет собой линию, касательную к границе эффективности, проведенную из точки, соответствующей безрисковому активу (допустимое множество - луч OM на рисунке 7-1).

Если выполняется предположение 2, все инвесторы стремятся сформировать один и тот же по структуре портфель рискованных активов, которому соответствует точка M на рисунке 7-1. Разным будет лишь сочетание в индивидуальных портфелях безрисковых активов и инвестиций в портфель M. Это положение носит название теоремы о разделении. Действительно, решение любого инвестора может быть разделено на два этапа: первый этап - это формирование портфеля рискованных активов, структура которого одинакова для всех инвесторов независимо от размера богатства и отношений предпочтения, второй - выбор наилучшей для данного инвестора комбинации безрисковых инвестиций и инвестиций в портфель рискованных активов. Общий для всех инвесторов портфель рискованных активов, соответствующий точке M на рисунке 7-1, мы назовем рыночным портфелем.

Равновесие инвестора

Сформулируем более формально условия оптимальности для индивидуального портфеля. Наилучший для любого инвестора портфель состоит из определенного количества безрисковых инвестиций (или займов) и инвестиций в рыночный портфель. Пусть этот наилучший портфель соответствует точке А на рисунке 7-1. Очевидно, что наклон кривой безразличия в точке А (предельная норма замены между риском и доходом, MRSrr) должен равняться наклону прямой ОМ, и одновременно должен равняться наклону границы допустимой области рискованных инвестиций (кривая ЕЕ’) в точке М (рисунок 7-1).

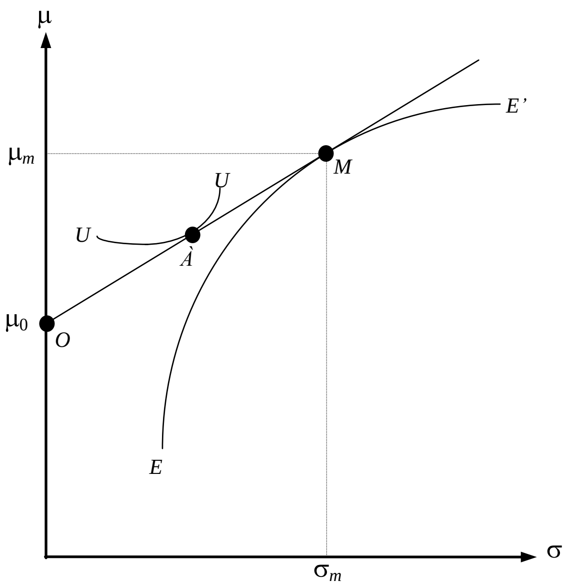

Рисунок 7-1

В условиях, когда выполняются предположения модели CAPM, все инвесторы стремятся сформировать одинаковый по структуре портфель рискованных активов (*рыночный портфель*), риск и доходность которого соответствуют точке касания луча, проведенного из точки *O* (безрисковая ставка) к границе допустимой области значений риска и доходности, обеспечиваемых рискованными инвестициями (*EE’*). Наилучшим для данного инвестора будет выбор, когда кривая безразличия между риском и доходом (*UU’*) касается

Наклон прямой ОМ равен

$$\frac{\mu_m - \mu_0}{\sigma_m},$$

и для всех инвесторов выполняется условие

$$MRS_{rr} = \frac{\mu_m - \mu_0}{\sigma_m}. \qquad (7.1)$$

где

$$\mu_m = E\xi_m, \quad \sigma_m = \sqrt{D\xi_m},$$

- соответственно ожидаемая доходность и риск рыночного портфеля. MRSrr по смыслу - такой прирост дохода, который компенсирует инвестору потерю благосостояния, связанную с возрастанием риска на одну единицу.

Теперь рассмотрим более внимательно структуру рыночного портфеля. Пусть i - некоторый актив, входящий в портфель М, ξ_i - его случайная доходность, μ_i - ожидаемая (средняя) доходность, σi - риск (стандартное отклонение доходности). Как изменится риск и доходность портфеля *M*, если количество содержащегося в нем i-го актива изменится на небольшую величину Δx? Пусть это изменение финансируется за счет кредита по ставке μ_0. Доходность измененного портфеля будет равна

$$\mu_m + \Delta x \mu_i - \Delta x \mu_0 ,$$

соответственно, риск (стандартное отклонение доходности), равняется

$$\sqrt{\sigma_m^2 + (\Delta x)^2 \sigma_i^2 + 2\Delta x \operatorname{cov}(\xi_m, \xi_i)} .$$

Изменение доходности в ответ на увеличение количества актива i в портфеле составит

$$\frac{\partial \mu_m}{\partial (\Delta x)} = \mu_i - \mu_0 ,$$

изменение риска, соответственно (обозначив σim=cov(ξm,ξi))

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial (\Delta x)} = -\frac{2\Delta x \sigma_i^2 + 2\sigma_{im}}{2\sqrt{\sigma_m^2 + (\Delta x)^2 \sigma_i^2 + 2\Delta x \sigma_{im}}} .$$

При $\Delta x \to 0$

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial (\Delta x)} \to \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m}$$

Следовательно, прирост доходности при изменении риска на единицу будет равно

$$\frac{\partial \mu_m}{\partial \sigma_m} = \frac{\partial \mu_m}{\partial (\Delta x_i)} \Bigg/ \frac{\partial \sigma_m}{\partial (\Delta x_i)} = \frac{(\mu_i - \mu_0)\sigma_m}{\sigma_{im}} . \qquad (7.2)$$

Выражение (7.2) - это соответствующая рыночному портфелю предельная норма трансформации риска в доходность при увеличении инвестиций в i-й актив:

$$MRT_i = \frac{(\mu_i - \mu_0)\sigma_m}{\sigma_{im}} . \qquad (7.3)$$

Предельная норма трансформации MRT_i показывает, как изменится доходность в расчете на единицу изменения стандартного отклонения, в случае увеличения инвестиций в i-й актив на небольшую величину.

Пусть для некоторых двух ценных бумаг, содержащихся в портфеле М, скажем, i и j, выполняется условие

$$MRT_i < MRT_j .$$

Это означает, что если заменить в портфеле некоторое количество i-х бумаг на j-е ценные бумаги, мы можем увеличить среднюю доходность портфеля, не увеличивая при этом риск. Но это противоречит свойству эффективности рыночного портфеля. Следовательно, для всех ценных бумаг содержащихся в рыночном портфеле, должны выполняться условия

$$MRT_i = MRT_j, \forall i, j , \qquad (7.4)$$

- предельная норма трансформации риска в доходность должна быть одинакова. Исходя из того, что M - оптимальный портфель рискованных активов для всех инвесторов, он включает все ценные бумаги, представленные на рынке, и условие (7.4) в состоянии равновесия должно выполняться для всех без исключения рискованных активов, представленных на рынке.

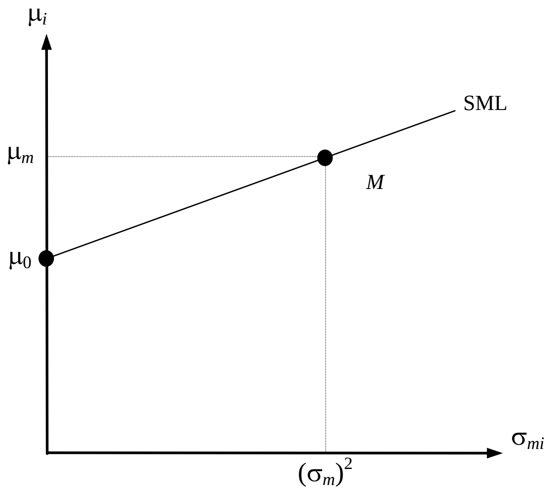

Рисунок 7-2

Линия рыночной доходности ценных бумаг (SML). В модели CAPM равновесная ожидаемая доходность ценных бумаг определяется ковариацией доходности данной ценной бумаги и доходности рыночного портфеля (σ_{im}). В условиях равновесия ожидаемая доходность всех ценных бумаг, представленных на рынке должна располагаться вдоль прямой SML.

Почему это так? Вспомним, что согласно предположениям модели CAPM, все инвесторы обладают одинаковой информацией о доходности и риске ценных бумаг. Следовательно, если для каких-то ценных бумаг i и j:

$$\mathrm{MRT}_i < \mathrm{MRT}_j ,$$

- все инвесторы будут стремиться увеличить в своем портфеле содержание *j*-х активов, соответственно уменьшив количество *i*-х. В целом на рынке спрос на ценные бумаги j-го вида возрастет, а на ценные бумаги *i*-го вида - снизится. Соответственно возрастет цена (снизится доходность) актива *j*, и упадет цена (возрастет доходность) актива *i*. Этот процесс будет продолжаться до тех пор, пока не будет выполняться условие (7.4), то есть, пока не установится равновесие.

Равновесие и доходность ценных бумаг

Мы установили, что условием рыночного равновесия - положения, когда все инвесторы формируют наиболее выгодный для себя портфель, - является равенство предельной нормы замены между риском и доходом (MRS_{rr}), одинаковой при равновесии для всех инвесторов, и предельной нормы трансформации риска в доходность (MRT), которая, в свою очередь, должна быть одинакова для всех ценных бумаг:

$$MRS_{rr} = MRT .$$

Подставив полученные нами выражения для MRS_{rr} и MRT, запишем

$$\frac{\mu_m - \mu_0}{\sigma_m} = \frac{(\mu_i - \mu_0)\sigma_m}{\sigma_{im}} .$$

Преобразуем последнее выражение

$$\mu_i = \mu_0 + \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2}(\mu_m - \mu_0) \quad \forall i. \tag{7.5}$$

Уравнение (7.5) определяет так называемую линию рыночной доходности ценных бумаг (SML) - рисунок 7-2.

В соответствии с SML, доходность любой ценной бумаги, представленной на рынке, определяется следующими факторами: безрисковой ставкой доходности μ_0, доходностью рыночного портфеля μm, риском (стандартным отклонением доходности) рыночного портфеля σm и величиной ковариации между доходностью *i*-й ценной бумаги и доходностью рыночного портфеля σ_{im}. Все перечисленные факторы, за исключением последнего, одинаковы для всех ценных бумаг. Поэтому, различия в доходности определяются в соответствии с моделью оценки капитальных активов, лишь величиной σ_{im}, которая рассматривается здесь как показатель риска ценной бумаги. Линия SML показывает зависимость ожидаемой доходности ценной бумаги от коэффициента ковариации σ_{im}. В соответствии с моделью CAPM, в условиях равновесия доходность всех ценных бумах должна располагаться вдоль линии SML в соответствии с индивидуальным значением показателя риска (коэффициентом ковариации) σ_{im}.

Практически, в качестве характеристики риска чаще используется показатель σ_{im}, нормированный по величине дисперсии рыночного портфеля

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2},$$

называемый коэффициентом бета i-го актива. Зависимость доходности от величины бета имеет вид

$$\mu_i = \mu_0 + \beta_i(\mu_m - \mu_0). \tag{7.6}$$

Таким образом, коэффициент бета измеряет чувствительность доходности i-го актива к колебаниям рыночной доходности. Если $\beta_i > 0$ (и для большинства ценных бумаг это действительно так), - то при снижении доходности инвестиций на рынке в целом, снижается и доходность данной ценной бумаги. В случае, когда $\beta_i > 1$ - изменчивость цены (доходности) ценной бумаги превышает среднерыночный уровень, что говорит о большей рискованности. Следовательно, доходность такой ценной бумаги должна быть больше, чем в среднем на рынке. Более редкий случай $\beta_i < 0$ говорит о том, что доходность ценной бумаги и доходность рыночного портфеля связаны обратной статистической зависимостью. Такой актив может использоваться для хеджирования риска, связанного с инвестированием в диверсифицированный портфель финансовых активов. Графически, зависимость (7.6) приведена на рисунке 7-3.

Очевидно, что коэффициент бета рыночного портфеля равен единице:

$$\beta_m = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_m^2} = 1.$$

Этот результат тривиален, если вспомнить, что коэффициент бета измеряет чувствительность доходности ценной бумаги (портфеля ценных бумаг) к доходности рыночного портфеля.

Рыночный риск и индивидуальный риск

На первый взгляд мы пришли к достаточно парадоксальному результату: на основании предположения, что измерителем риска для любой ценной бумаги является стандартное отклонение доходности σ_i, получен вывод, что в действительности, в условиях равновесия риск определяется исключительно величиной ковариации доходности i-го актива и рыночного портфеля (либо, что то же самое, коэффициентом бета). Рассмотрим этот вывод более внимательно. Уравнение (7.6) можно рассматривать как зависимость между ожидаемой доходностью i-й ценной бумаги μ_i и ожидаемой доходностью рыночного портфеля μ_m. Для случайной величины доходности i-го актива ξ_i можно записать:

$$\xi_i = \mu_0 + \beta_i(\xi_m - \mu_0) + \varepsilon_i$$

где ε_i - случайная величина, характеризующая отклонение ξ_i от своего среднего значения. Очевидно, что

$$E\varepsilon_i = 0.$$

Обозначим

$$\sigma_{\varepsilon i}^2 = D\varepsilon_i.$$

Тогда, считая, что случайные величины ξ_m и ε_i независимы, получим

$$\sigma_i = \sqrt{\beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon i}^2},$$

тем самым общий риск (стандартное отклонение) i-й ценной бумаги можно считать состоящим из двух компонент: $\beta_i^2 \sigma_m^2$ и $\sigma_{\varepsilon i}^2$.

Для любого портфеля ценных бумаг $x=\{x_i\}$ i=1,...,n риск равен

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}} = \sqrt{x^T V x}.$$

Используя свойства ковариации, можно записать

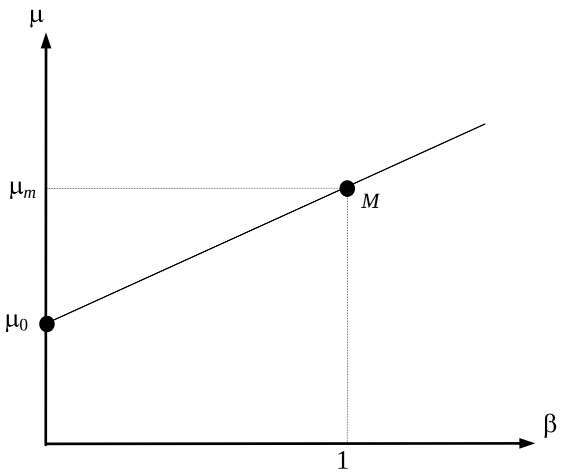

Рисунок 7-3

Зависимость равновесной ожидаемой доходности ценных бумаг от коэффициента бета. В модели CAPM коэффициент бета характеризует величину рыночного риска, связанного с инвестициями в данную ценную бумагу. Рыночный риск является единственно важным при определении рыночной цены (доходности) ценной бумаги, так как остаточный риск можно свести к нулю с помощью диверсификации инвестиций

$$[Vx]_i = \sum_{j=1}^{n} x_i \sigma_{ij} = \operatorname{cov}(\xi_p, \xi_i) = \sigma_{pi} ,$$

где $[V_x]_i$ - i-й компонент вектора V_x, σ_{pi} - ковариация доходности портфеля и i-го актива. Следовательно

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i \sigma_{pi}} .$$

Такое же соотношение справедливо и для рыночного портфеля:

$$\sigma_m = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_i^m \sigma_{mi}}$$

Вывод может быть следующим: риск рыночного портфеля представляет собой суммарный риск по всем активам, в нем содержащимся, причем величина ковариации σmi характеризует величину риска в расчете на единицу инвестиций в i-й актив.

Рассчитаем показатель бета для произвольного портфеля

$$\beta_p = \frac{\sigma_{mp}}{\sigma_m^2} = \frac{\operatorname{cov}(\xi_p, \xi_m)}{\sigma_m^2} = \frac{\operatorname{cov}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \xi_i, \xi_m\right)}{\sigma_m^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sigma_{mi}}{\sigma_m^2} = \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{\sigma_{mi}}{\sigma_m^2} = \sum_{i=1}^{n} x_i \beta_i \tag{7.7}$$

Тем самым, бета портфеля - это взвешенная по размерам инвестиций сумма коэффициентов бета каждого из входящих в портфель активов. То же справедливо и для рыночного портфеля:

$$\beta_m = \sum_{i=1}^{n} x_i^m \beta_i ,$$

откуда получим уже известный нам результат:

$$\beta_m = \sum_{i=1}^{n} x_i^m \beta_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^m \sigma_{mi}}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_m^2} = 1,$$

- коэффициент бета рыночного портфеля равен единице.

Вернемся к расчету показателей риска произвольного портфеля. Риск портфеля равен

$$\sigma_p = \sqrt{\beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2}, \qquad (7.8)$$

причем

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \beta_i ,$$

и при условии что величины εi взаимонезависимы:

$$\sigma_{\varepsilon p}^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2 .$$

Величина $\beta_p^2 \sigma_m^2$ - это рыночный, или системный риск портфеля ценных бумаг, а $\sigma_{\varepsilon p}^2$ - это остаточный или индивидуальный риск. Если структура произвольного портфеля ценных бумаг приближается к структуре рыночного портфеля, то

$\beta_p \to 1$, и, следовательно $\beta_p^2 \sigma_m^2 \to \sigma_m^2$,

одновременно

$\sigma_{\varepsilon p}^2 \to 0$.

Полученные результаты интерпретируются в рамках модели САРМ следующим образом. Факторы, которые влияют на цену (и доходность) любой ценной бумаги можно разделить на две основные категории:

первая - это так называемые системные или общерыночные факторы, влияющие на состояние экономики в целом, отражающиеся в большей или меньшей степени на ценах всех ценных бумаг, обращающихся на рынке, и соответственно являющиеся источниками системного (рыночного) риска;

вторая - индивидуальные факторы, которые влияют на доходность каждого отдельного вида ценных бумаг, - это источник остаточного (индивидуального) риска.

Так как под воздействием общерыночных факторов находятся все без исключения ценные бумаги, то распределение инвестиций между различными активами (диверсификация) может снизить лишь остаточный риск, в то время как рыночный риск путем диверсификации может быть лишь усреднен. Если портфель близок по составу к рыночному портфелю, то есть доля каждого актива в портфеле соответствует доле, которую составляет данный вид ценных бумаг в общем объеме финансовых инструментов на рынке, то системный риск такого портфеля приближается к величине общерыночного риска σm (соответственно, коэффициент бета такого портфеля приближается к единице), а остаточный риск приближается к нулю.

Вследствие того, что диверсификация практически сводит к нулю остаточный риск, фактическая величина остаточного риска по каждой отдельной ценной бумаге (в наших обозначениях σεi) не оказывает никакого влияния на равновесную цену и доходность финансового инструмента. Для инвесторов существенным является лишь величина системного риска, связанного с инвестициями в данный актив, которая измеряется коэффициентом бета. Поэтому цена на каждую ценную бумагу на рынке устанавливается так, чтобы выполнялось условие (7.6), и доходность каждого актива соответствовала его коэффициенту бета (рисунок 7-3).

Систематический риск и ожидаемая доходность

Итак, в соответствии с моделью оценки капитальных активов, цены финансовых инструментов в состоянии равновесия должны быть такими, чтобы их ожидаемая доходность удовлетворяла уравнению

$$\mu_i = \mu_0 + \beta_i(\mu_m - \mu_0) \qquad (7.9)$$

Доходность μ_i рассчитанную согласно уравнения (7.9) мы будем называть равновесной ставкой доходности *i*-й ценной бумаги.

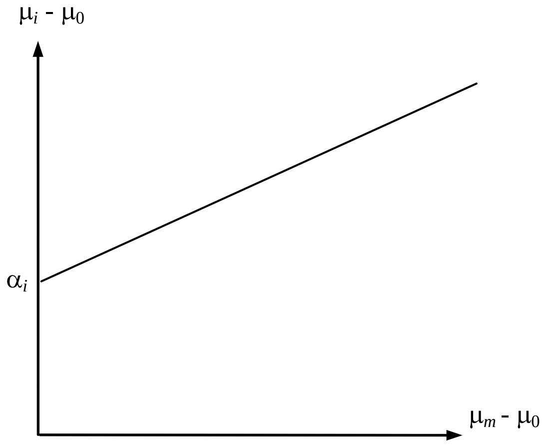

Рисунок 7-4

Характеристическая прямая *i*-й ценной бумаги. Характеристическая прямая представляет собой зависимость доходности *i*-й ценной бумаги от рыночной доходности. Наклон характеристической линии равен коэффициенту бета, пересечение с вертикальной осью - это коэффициент альфа. Характеристическая прямая отражает неравновесную ситуацию - когда актив может быть недооценен или переоценен (коэффициент альфа соответственно больше или меньше нуля).

Однако, состояние равновесия, даже если допустить, что выполняются все предположения модели CAPM, - это всего лишь теоретическая абстракция, - то положение к которому стремится рынок, фактически в каждый данный момент находясь в неравновесном состоянии. Другими словами, фактическая средняя доходность (обозначим ее μ_i^e), может отличаться от той, которая определена уравнением SML (7.6).

Разница между фактической ожидаемой доходностью ценной бумаги и равновесной ставкой доходности называют коэффициентом альфа финансового актива (рисунок 7-4):

$$\alpha_i = \mu_i^e - \mu_i . \qquad (7.10)$$

Таким образом

$$\mu_i^e = \alpha_i + \mu_0 + \beta_i(\mu_m - \mu_0)\,. \tag{7.11}$$

Уравнение (7.11) называется характеристической прямой для i-го актива. Характеристическая прямая (characteristic line) определяет зависимость ожидаемой доходности i-й ценной бумаги от ставки рыночной доходности (рисунок 7-5). Согласно характеристической прямой, ожидаемая доходность актива превышает безрисковую ставку на величину αi если $\mu m = \mu 0$, и должна возрастать на величину β_i при росте μ_m на единицу.

Величина αi, которая может быть как положительной, так и отрицательной, характеризует так называемую избыточную доходность - отклонение фактической доходности от равновесной вследствие неравновесного состояния - недооцененности либо переоцененности актива в данный момент. Естественно, чем выше значение α_i, тем более привлекателен актив для инвестирования, равно как и чем меньше значение β_i, - тем менее он рискован. Известное правило аналитиков с Уолл-Стрит - «keep your alpha high and beta low» (стремись к наибольшему альфа и наименьшему бета) - точно отражает эту закономерность.

В соответствии с моделью CAPM, уравнение (7.11) характеризует неравновесную ситуацию - так как в условиях равновесия величина αi должна стремится к нулю.

Модель оценки капитальных активов и практика анализа инвестиций

Модель оценки капитальных активов, несмотря на достаточно высокую степень абстракции, заложенную в выдвигаемых предположениях, является одним из тех фундаментальных результатов финансовой теории, которые широко используются специалистами-практиками. Коэффициенты альфа и бета, как показатели соответственно избыточной доходности и риска по отдельным ценным бумагам, и портфелям финансовых инструментов, прочно вошли в инструментарий финансовых аналитиков.

Наиболее важный вопрос в отношении практического использования модели - как рассчитывать содержащиеся в ней показатели - безрисковую ставку доходности, рыночную доходность, ожидаемую доходность отдельных активов, коэффициенты бета? Рассмотрим подробнее каждый из этих показателей.

Безрисковая ставка доходности

Традиционно в качестве безрисковых ценных бумаг рассматриваются государственные обязательства. Действительно, можно считать, что, государство, выполняющее функцию выпуска денег, не может обанкротиться. Но, во-первых, с инвестициями в государственные ценные бумаги связан инфляционный риск (риск потери покупательной способности), и поэтому считать их абсолютно безрисковыми было бы значительным упрощением. Во-вторых, на рынке, как правило, существует большое количество различных разновидностей государственных бумаг с различными сроками погашения, различными условиями и структурой выплат, и, главное, с различной доходностью, то есть, существует проблема выбора безрисковой ставки из множества существующих.

Кроме того, есть еще две проблемы. Первая - доходность государственных ценных бумаг, как и любых других, подвержена колебаниям. Вторая - в модели оценки капитальных активов ставка μ_0 - это еще и ставка по безрисковым кредитам, что еще более усложняет проблему выбора ее значения для практических расчетов.

Таким образом, уже здесь необходимо прибегать к определенным упрощениям. Практически, в качестве безрисковой ставки выбирают, как правило, ставку доходности по краткосрочным (от трех месяцев до года) государственным обязательствам, учетную ставку (либо ставку рефинансирования) центрального банка, либо рассчитанную определенным образом средневзвешенную ставку по кредитам на межбанковском рынке (наиболее известный пример: ставка LIBOR - London Interbank Offered Rate).

Рыночная доходность

Один из наиболее сложных вопросов - расчет рыночной доходности. Как правило, для этой цели используются фондовые индексы.

Различные фондовые индексы и методы их расчета будут рассмотрены в следующем разделе книги. Но уже сейчас скажем, что с помощью индексов можно измерять колебания цен на некоторую группу ценных бумаг. Фондовые индексы можно считать аналогом индексов цен на товарном рынке - и те, и другие измеряют средневзвешенный уровень цен на определенную группу объектов. Прирост фондового индекса за определенный период - это средневзвешенный капитальный доход по ценным бумагам, цены которых использованы для расчета индекса, другими словами

$$\mu_K = \frac{I_1 - I_0}{I_0},$$

где μK - средневзвешенный капитальный доход по группе ценных бумаг, входящих в индекс, I_0 - значение индекса на начало периода, I_1- значение индекса на конец периода.

Естественно, что по многим ценным бумагам капитальный доход - не единственная компонента общего дохода. По акциям выплачиваются дивиденды. По облигациям существуют промежуточные купонные выплаты. Кроме того, доходы полученные в течение некоторого периода могут быть реинвестированы.

Как правило, если доступна соответствующая информация можно рассчитать и средневзвешенные промежуточные доходы по ценным бумагам. Тогда средневзвешенная доходность портфеля ценных бумаг избранных для включения в индекс, можно условно записать как

$$\mu_I = \mu_K + \mu_D + \mu_R,$$

где μ_I - доходность индекса, μ_K - доходность, связанная с приростом цены, μ_D - доходность от промежуточных выплат, μ_R - доходность от реинвестирования средств.

Основная проблема, связанная с использованием индексов, - насколько точно индекс характеризует рыночный портфель, - то есть абсолютно все финансовые активы, которые присутствуют на рынке, при том, что для расчета индекса используется только определенная выборка из всего множества ценных бумаг (хотя, по некоторым индексам и достаточно большая: так, при расчете SP500 используют цены на акции 500 крупнейших компаний США). Еще два фактора ставят под сомнение адекватность индекса, как показателя рыночной доходности: первый - то, что индекс рассчитывается, как правило, по группе ценных бумаг одного вида, и наиболее распространенными являются индексы по акциям; второй состоит в том, что даже самый полный учет финансовых активов на внутреннем рынке не учитывает факт зарубежных инвестиций и международных потоков капитала, которые приобретают все возрастающее значение.

Тем не менее, другого метода для расчета оценок рыночной доходности и риска, кроме использования индексов, предложить невозможно, и вопрос состоит лишь в методах и подходах к их расчету и выбору множества ценных бумаг включаемых в индекс.

Ожидаемая доходность и стандартное отклонение

Проблема расчета ожидаемой доходности и стандартного отклонение доходности для отдельных финансовых активов уже обсуждалась нами в предыдущей главе. Наиболее простой, но чаще всего используемый на практике метод - это расчет на основании исторических значений доходности, рассмотренный нами в предыдущей главе. Доходность за ряд прошлых периодов рассматривается как выборка наблюдений над случайной величиной, и в качестве средней доходности и стандартного отклонения берут соответственно выборочное среднее и выборочное стандартное отклонение. Основное противоречие такого подхода состоит в том, что, в модели оценки капитальных активов речь идет о будущих показателях (значениях ex ante), тогда как приведенный метод позволяет рассчитать лишь оценки прошлых значений (ex post). В определенных случаях исторические показатели доходности можно рассматривать как основу для прогноза, однако связь между прошлой динамикой и будущими изменениями может полностью отсутствовать.

Естественно, для целей прогнозирования будущей доходности существует целый арсенал различных подходов - от простых методов дисконтированных дивидендов до построенных на их основе сложных эконометрических и сценарных моделей.

Коэффициенты бета

Проблемы, связанные с расчетом коэффициентов бета в целом аналогичны тем, с которыми сталкиваются аналитики при определении значений средней доходности и стандартного отклонения. Опять же, наиболее простой метод - использовать прошлые значения доходности отдельных активов и рыночного портфеля в целом (на основании некоторого индекса) для расчета выборочных ковариаций и стандартного отклонения рыночного портфеля. Полученные таким образом значения являются показателями ex post и могут сильно отличаться от того, что будет наблюдаться в действительности в будущем. Но именно этот метод часто наиболее приемлем вследствие его простоты. Рассчитанные таким образом коэффициенты бета публикуются многими западными финансовыми изданиями.

Помимо исторических значений бета, практики часто используют так называемые скорректированные коэффициенты бета, - когда историческое значение берут за основу, а в качестве действительной оценки коэффициента используют по определенным правилам скорректированную величину.

Наиболее простой метод расчета скорректированного значения бета состоит в следующем. Общепринято допущение, что в отсутствие какой - бы то ни было информации, бета можно считать равным единице. Аналогично, если существует оценка коэффициентов на основе исторических наблюдений, то логично предположить (и эмпирические наблюдения это подтверждают), что действительное значение находится между единицей и рассчитанным историческим значением. Поэтому в качестве оценки действительного значения бета берется взвешенное среднее

$$\beta_i = \lambda \times \beta_i^s + (1-\lambda)\times 1,$$

где β_i - оценка действительного значения бета, β_i^s - значение, рассчитанное на основании исторической выборки, λ - весовой коэффициент. Выбор λ зависит от точности прошлых прогнозов, специфики данной ценной бумаги, и многих других факторов. Как правило, λ > 0.5.

Оценка коэффициентов бета и альфа по историческим данным

В качестве примера расчета коэффициентов альфа и бета возьмем данные по двум гипотетическим ценным бумагам, которые мы использовали в 7-й главе - акциям АО «Урюпинскспецсталь» и АО «Приморский ЦБК». Кроме того, будем считать, что в этом же периоде рассчитывался некоторый рыночный индекс, который мы будем использовать как показатель, характеризующий рыночный портфель. Также будем считать, что есть информация о безрисковой ставке доходности. Необходимые для расчетов данные содержатся в таблице:

Период	Безрисковая доходность, μ_{0t}	Доходность рыночного портфеля (индекса), μ_{mt}	Избыточная доходность рыночного портфеля μ_{mt} - μ_{0t}	Избыточная доходность акций АО «Урюпинскспецсталь» $\mu_{Уt}$ - μ_{0t}	Избыточная доходность акций АО «Приморский ЦБК» $\mu_{Пt}$ - μ_{0t}
1994 III кв.	5.0%	4.5%	-0.50%	-0.66%	-1.75%
IV кв.	5.0%	2.0%	-3.00%	-3.59%	-4.47%
1995 I кв.	3.5%	10.0%	6.50%	-2.73%	26.83%
II кв.	3.5%	5.0%	1.50%	-1.33%	-1.73%
III кв.	4.5%	8.0%	3.50%	6.80%	2.48%
IV кв.	3.0%	7.0%	4.00%	0.89%	0.28%
1996 I	2.5%	15.0%	12.50%	14.06%	18.67%

кв.					
II кв.	3.0%	7.0%	4.00%	-0.56%	-1.17%
III кв.	3.0%	5.0%	2.00%	0.05%	-0.46%
IV кв.	3.5%	7.0%	3.50%	0.58%	-0.20%

Оценка параметров альфа и бета рассматриваемых нами ценных бумаг состоит в определении по имеющимся данным коэффициентов регрессионных зависимостей

$$\mu_{Уt} - \mu_{0t} = \alpha_У + \beta_У\left(\mu_{mt} - \mu_{0t}\right) + \varepsilon_{Уt},$$
$$\mu_{nt} - \mu_{0t} = \alpha_n + \beta_n\left(\mu_{mt} - \mu_{0t}\right) + \varepsilon_{nt},$$

$\varepsilon_{Уt}$, $\varepsilon_{Пt}$ - случайные возмущения.

Напомним, что для простой модели линейной регрессии

$$y_t = a + bx_t + \varepsilon_t,$$

оценки коэффициентов рассчитываются по формулам

$$b = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \sum_{t=1}^{T}\left(x_t - \bar{x}\right)\left(y_t - \bar{y}\right) \Big/ \sum_{t=1}^{T}\left(x_t - \bar{x}\right)^2, \qquad (7.12)$$
$$a = \bar{y} - b\bar{x},$$

где $\bar{x}$, $\bar{y}$ - средние значения, σ_{xy} - оценка ковариации переменных x и y (выборочная ковариация), σ_x^2 - оценка дисперсии переменной x (выборочная дисперсия).

Обозначим через $\bar{\mu}_У$ среднюю избыточную доходность акций «Урюпинск-спецстали»:

$$\bar{\mu}_У = \sum_{t=1}^{10}\left(\mu_{Уt} - \mu_{0t}\right) \Big/ 10 = 1.35\%.$$

Аналогично, $\bar{\mu}_m = 3.4\%$ - средняя избыточная доходность рыночного портфеля, $\bar{\mu}_n = 3.85\%$ - средняя избыточная доходность акций Приморского ЦБК. Рассчитаем по формулам (7.12) коэффициенты бета и альфа:

$$\beta_У = \sum_{t=1}^{10}\left(\mu_{mt} - \mu_{0t} - \bar{\mu}_m\right)\left(\mu_{Уt} - \mu_{0t} - \bar{\mu}_У\right) \Big/ \sum_{t=1}^{10}\left(\mu_{mt} - \mu_{0t} - \bar{\mu}_m\right)^2$$
$$= 0.9582,$$

$$\alpha_У = \bar{\mu}_У - \beta_У\bar{\mu}_m = 1.35\% - 0.9582 \times 3.4\% = -1.91\%.$$

Аналогично, получим: $\beta_П$=1.8861, $\alpha_П$=-2.56%.

Модель В. Шарпа

Модель оценки капитальных активов может быть использована для существенного упрощения задачи выбора эффективного портфеля, рассмотренной нами в предыдущей главе (модель Марковица). Напомним, что задача состоит в выборе портфеля (x_1, x_2, ..., x_n), стандартное отклонение которого было бы минимальным, то есть, необходимо найти

$$\min\{\sigma_p\} = \min\left\{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{ij}\right\}, \tag{7.13}$$

при условии достижения заданного уровня ожидаемой доходности

$$\sum_{i=1}^{n} \mu_i x_i = \mu_p, \tag{7.14}$$

и выполнении бюджетного ограничения

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1. \tag{7.15}$$

Одна из основных трудностей в реализации модели - подготовка исходной информации. Действительно, если в качестве кандидатов для включения в портфель рассматриваются n финансовых активов: то для того чтобы рассчитать стандартное отклонение портфеля, необходимо оценить соответственно n показателей стандартного отклонения доходности и (n2-n)/2 показателей ковариации.

Использование модели CAPM позволяет упростить эту задачу, воспользовавшись формулой для расчета стандартного отклонения портфеля (7.8)

$$\sigma_p = \sqrt{\beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2}\ .$$

Соответственно, дисперсия портфеля σ_p^2 равна

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2\,.$$

Воспользовавшись полученными выше выражениями для βp и $\sigma_{\varepsilon p}^2$, можно записать

$$\sigma_p^2 = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \beta_i\right)^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2\,. \quad (7.16)$$

Модель, отличающаяся от модели Марковица лишь видом целевой функции, называется моделью Шарпа и выглядит следующим образом: найти

$$\min\{\sigma_p^2\} = \min\left\{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i \beta_i\right)^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2\right\}, \tag{7.17}$$

при ограничениях (7.14) и (7.15).

Разумеется, в реальности, помня об особенностях практических методов расчета βi, σεi, σm и упрощениях, содержащихся в предположениях модели CAPM, формулу (7.16), можно рассматривать лишь как приближенную. Однако ее использование позволяет уменьшить количество параметров, которые необходимо оценить, до 2n+1. Например, если рассматривается 100 различных видов ценных бумаг, то в модели Марковица необходимо оценить 4950 статистических параметров, тогда как воспользовавшись моделью Шарпа, это число сокращается до 201.

Арбитражная теория ценообразования

Арбитражная теория ценообразования (АТЦ) предложена в 1976 году Стивеном Россом.

Согласно арбитражной теории, доходность финансовых активов может находиться под влиянием не обязательно только одного фактора (в САРМ это - доходность рыночного портфеля), а, возможно, - нескольких. Причем ожидаемая доходность любой ценной бумаги представляет собой линейную комбинацию значений факторов, в которой коэффициенты пропорциональны величине ковариации между фактором и доходностью рассматриваемого актива.

Предположения арбитражной теории

Основой модели САРМ является предположение о равновесии на рынке капиталов, - считается, что рынок стремится к такому положению, в котором все инвесторы максимизируют свою полезность (функцию предпочтений). Причем относительно предпочтений инвесторов делаются достаточно сильные допущения, а именно, во-первых, что все они оценивают свои решения в пространстве средней доходности и стандартного отклонения, рассматриваемого в качестве меры риска. Во - вторых, что все инвесторы не склонны к риску. В модели АТЦ предположения гораздо более общие и сводятся к следующему:

Все инвесторы ведут себя рационально, в том смысле, что предпочитают больший доход меньшему. Таким образом, арбитражная теория оценки не выдвигает никаких требований к форме функции полезности, помимо ее монотонности и вогнутости.

На рынке невозможны арбитражные операции, понимаемые здесь как возможность получения положительного дохода при нулевых инвестициях.

Если смысл первого предположения очевиден, то на втором стоит остановиться подробнее. Предположение о невозможности арбитража является более общим, чем предположение о рыночном равновесии, в силу того, что первое является необходимым, но не достаточным условием последнего. Если на рынке наблюдается равновесие, и все инвесторы сформировали наилучшие портфели, - то с необходимостью невозможны арбитражные операции. Действительно, существование возможности арбитража хотя бы для одного инвестора противоречит определению общего равновесия. Вместе с тем, отсутствие арбитражных возможностей не обязательно говорит о равновесии.

Арбитражная теория с одним фактором

Для того чтобы проще было проводить аналогии с моделью САРМ, предположим, что есть единственный фактор, оказывающий влияние на ожидаемую доходность финансовых активов. Другими словами, для любой i-й ценной бумаги, ее доходность можно расписать как

$$\xi_i = \mu_i + \beta_i \delta + \varepsilon_i \,, \qquad (7.18)$$

где ξ_i - случайная величина доходности i-го актива, μ_i - ожидаемая доходность, δ - значение фактора, общее для всех ценных бумаг (в данном случае будем считать, что Eδ=0), β_i - коэффициент, характеризующий влияние фактора на доходность рассматриваемой ценной бумаги, ε_i - случайная остаточная составляющая с нулевым ожидаемым значением.

Рассмотрим инвестора, который имеет возможность инвестировать средства в n доступных ему на рынке активов. Пусть, как и прежде

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

представляет собой вектор, компоненты которого x_i, $i=1,...,n$, - это доли инвестиций в каждый из активов.

Будем считать, что возможны короткие продажи, и предположим, что инвестор сформировал портфель таким образом, что

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 0 ,$$

или в векторной форме

$$x^T e = 0 .$$

Равенство суммы долей x_i нулю означает, что все приобретения ценных бумаг финансируются за счет поступлений от коротких продаж. Естественно, если арбитраж невозможен, то данный портфель не может принести положительный доход без риска - его доходность должна быть равна нулю. Запишем уравнение для доходности портфеля, используя выражения для доходности отдельных ценных бумаг (7.18):

$$\xi_p = x^T \xi = x^T \mu + \left(x^T \beta\right)\delta + x^T \varepsilon ,$$

где ξ - случайный вектор доходности отдельных активов, μ - вектор ожидаемых доходностей, β - вектор коэффициентов бета, ε - вектор случайных величин, отражающих остаточный (индивидуальный) риск по каждой ценной бумаге. Естественно, что если портфель в достаточной степени диверсифицирован, то остаточным риском, как и в модели CAPM, можно пренебречь, то есть

$$x^T \varepsilon = 0 .$$

Отсюда доходность портфеля

$$\xi_p = x^T \xi = x^T \mu + \left(x^T \beta\right)\delta .$$

Пусть наш арбитражный портфель выбран таким образом, чтобы риск, связанный с системным фактором также был равен нулю:

$$x^T \beta = 0 .$$

Тогда согласно условию невозможности арбитража доходность портфеля должна быть равна нулю:

$$\xi_p = x^T \xi = x^T \mu = 0 .$$

Из того, что

$$x^T e = 0,$$
$$x^T \mu = 0, \qquad (7.19)$$
$$x^T \beta = 0,$$

следует, что вектор μ может быть представлен как линейная комбинация векторов e (единичный вектор) и β, и для любой i-й компоненты вектора μ можно записать

$$\mu_i = \mu_0 + \lambda\beta_i, \forall i, \qquad (7.20)$$

где μ0 и λ - константы.

Очевидно, что если выполняется (7.19) и (7.20), для любого портфеля x справедливо

$$x^T \mu = x(\mu_0 e + \lambda\beta) = \mu_0 x^T e + \lambda x^T \beta = 0,$$

и условие (7.20) для показателей ожидаемой доходности рискованных активов является одновременно условием невозможности арбитража в модели АТЦ. По аналогии с моделью CAPM, этот результат можно представить графически (рисунок 7-1).

В целом, однофакторная модель АТЦ очень напоминает модель CAPM. Действительно, если принять, что μ0 - безрисковая доходность, а λ=μm-μ0, то выражение (7.20) преобразуется в уравнение, аналогичное уравнению SML:

$$\mu_i = \mu_0 + \beta_i(\mu_m - \mu_0), \forall i$$

Величина λ представляет собой премию за риск (избыточный доход) в расчете на одну единицу риска системного фактора.

Теория АТЦ является гораздо более общей по сравнению с CAPM. Арбитражная теория оценки не предполагает эффективности портфеля в терминах средней доходности - стандартного отклонения, и допускает, что на доходность активов могут оказывать влияние не единственный фактор - рыночный риск, а несколько.

Многофакторная арбитражная теория оценки

В общем случае модель АТЦ предполагает, что доходность активов формируется согласно закону

$$\xi_i = \mu_i + \beta_{i1}\delta_1 + \beta_{i2}\delta_2 + \ldots + \beta_{iS}\delta_S,$$

где δs, s=1,...,S - случайная величина, представляющая собой отклонение от среднего уровня *s*-го фактора, коэффициент β_{is} - характеризует влияние s-го фактора на доходность *i*-го актива.

В соответствии с многофакторной моделью АТЦ, если невозможен арбитраж, то ожидаемые доходности активов определяются законом

$$\mu_i = \mu_0 + \lambda_1\beta_{i1} + \lambda_2\beta_{i2} + \ldots + \lambda_S\beta_{iS}, \forall i.$$

Наиболее сложная проблема для тестирования и практического использования арбитражной теории оценки - определение факторов, влияющих на цены активов. Во многих эмпирических исследованиях выделяют следующие факторы:

прирост промышленного производства;

прирост ожидаемой инфляции;

неожиданная инфляция;

премия за риск, определяемая как разница в доходности между рискованными долговыми обязательствами и государственными облигациями;

разница в доходности между краткосрочными и долгосрочными обязательствами.

В большинстве случаев, исследования свидетельствуют, что арбитражная теория оценки более точно, чем CAPM объясняет колебания цен и показателей доходности финансовых активов.

Выводы

1. Модель оценки капитальных активов представляет собой идеальную модель рынка капиталов, которая основывается на предположениях портфельной теории и исходит из равной информированности инвесторов относительно доходности и рискованности ценных бумаг.
2. В условиях модели CAPM справедлива теорема о разделении, в соответствии с которой оптимальный портфель рискованных активов одинаков для всех инвесторов и соответствует по структуре рыночному портфелю - совокупности всех рискованных активов, представленных на рынке. Рыночный портфель, следовательно, является эффективным в терминах средней доходности - стандартного отклонения. Индивидуальные портфели различаются лишь пропорциями безрисковых вложений и инвестиций в рыночный портфель.
3. В модели CAPM равновесная цена (доходность) отдельных финансовых активов определяются исключительно степенью статистической взаимосвязи доходности данного актива и доходности рыночного портфеля, которая характеризуется коэффициентом бета. Коэффициент бета представляет собой коэффициент ковариации доходности финансового актива и доходности рыночного портфеля, деленный на дисперсию доходности рыночного портфеля. Коэффициент бета определяет содержание рыночного (системного, или недиверсифицируемого) риска в данном финансовом активе.
4. Риск, связанный с инвестициями в каждую ценную бумагу можно разделить на две составляющие - рыночный (системный) риск и остаточный (индивидуальный) риск. Индивидуальный риск может быть сведен к нулю путем диверсификации инвестиций, тогда как в отношении системного риска диверсификация приводит лишь к его усреднению. Поэтому на цену и доходность финансовых активов в условиях модели CAPM оказывает влияние лишь содержание

рыночного риска, а равновесная доходность ценных бумаг должна располагаться вдоль линии рыночной доходности ценных бумаг, определяющей зависимость ожидаемой доходности от коэффициента бета.

5. В каждый отдельный момент времени финансовый рынок может находиться в неравновесном состоянии, а фактическая ожидаемая доходность ценных бумаг может отличаться от равновесной. Разница между фактической ожидаемой доходностью и равновесной величиной ожидаемой доходности называется коэффициентом альфа финансового актива.
6. Арбитражная теория ценообразования (АТЦ) является моделью равновесия на рынке капиталов, в которой многие существенные предположения модели CAPM ослаблены. В модели АТЦ основным предположением является отсутствие арбитражных возможностей - то есть невозможность получения положительного дохода при нулевых инвестициях. Кроме того, арбитражная теория оценки не формулирует строгих предположений относительно функции предпочтений инвестора: предполагается лишь, что инвесторы предпочитают больший доход меньшему. В соответствии с АТЦ доходность финансовых активов является линейной функцией определенного набора факторов, к которым, как правило, относят темпы экономического роста, ожидаемую и неожиданную инфляцию, премию за риск, премию ликвидности, и другие.

Ключевые понятия

Модель оценки капитальных активов (CAPM)

Рыночный портфель

Теорема о разделении

Предельная норма трансформации риска в доходность

Системный риск

Индивидуальный риск

Линия рыночной доходности ценных бумаг

Коэффициент бета

Коэффициент альфа

Модель Шарпа

Арбитраж

Арбитражная теория оценки (АТЦ)