

## РОЗДІЛ 8

### МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.8

**Горбачук В. М.**

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України

**Єрмольєв Ю. М.****Єрмольєва Т. Ю.**

Міжнародний інститут прикладного системного аналізу

#### ДВОЕТАПНА МОДЕЛЬ ЕКОЛОГО-ЕКОНОМІЧНИХ РІШЕНЬ

Недосконалість еколого-економічних рішень має коригуватися певними програмами державно-приватного партнерства. Важливо запропонувати й обґрунтувати стимули для участі в таких програмах. Пропонується двоетапний підхід до прийняття стратегічних і адаптивних еколого-економічних рішень.

**Ключові слова:** недосконала поведінка, ірраціональні рішення, катастрофа, страхування, коригування, державно-приватне партнерство.

**Постановка проблеми.** На недосконалість людських рішень звертав увагу Нобелівський лауреат 1974 р. Фрідріх фон Хайек (1899–1992), який народився в Австро-Угорщині і працював у Великобританії, США, Німеччині: «Антираціоналістичний підхід, за яким людина є не дуже раціональною й кмітливою, а доволі ірраціональною і схильною до помилок істотою, чії індивідуальні похибки виправляються лише під час соціального процесу та яка прагне зробити найкраще з надзвичайно недосконалого матеріалу, – це, мабуть, найхарактерніша риса англійського індивідуалізму. Здається, переважання цього підходу в англійській думці зумовлене глибоким впливом Бернарда Манделвіля, який уперше ясно сформулював головну ідею» [21, с. 8–9].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Значна частина населення світу живе у прибережних і дельтових районах, яким загрожують повені: приблизно 23% населення світу мешкає у прибережній зоні, а 10% населення світу – у низинних районах [35]. У 2012 р. загальні збитки США від прибережних штормів і паводків оцінювалися у майже 54 млрд. дол. [4]. Нідерланди теж уразливі до підвищення рівня моря і збільшення частоти річкових повеней: від 60 до 70% населення країни й економічних цінностей зосереджені в районах ризику затоплення морем та/або ріками. Власне, слово «Нідерланди» у перекладі означає «Нижні землі». Паводкова ситуація може дедалі погіршуватися внаслідок кліматичних змін, які підвищують рівень моря. Спочатку прибережні та дельтові ділянки розвивалися завдяки їхній близькості до водних торговельних шляхів. Пізніше ці історичні поселення притягували людей можливостями суспільної організації та зручностями середовища. Міжнародна панель зі зміни клімату (Intergovernmental Panel on Climate Change, IPCC) зазначає швидке зростання підвладності ризикам і вразливості через кластеризацію населення і збільшення цінності майна у районах, яким загрожують повені [33]. Оскільки агломерація й урбанізація є капіталомісткими і дуже залежними від передісторії (path-dependent) [10], то місце та якість розвитку прибережного і прирічкового майна залежать від послідовності попередніх рішень, тобто від розташування минулих подій і

минулої політики менеджменту ризику повеней (flood risk management, FRM).

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Через кліматичні зміни та зростання ризиків повеней у світі стає актуальною добре продумана програма страхування та менеджменту ризику паводків, що залучає різних заінтересованих осіб (сторін, агентів). Основний виклик – це придатність стандартних підходів до розрахунків страхових премій рідких катастрофічних утрат [1]. Мета даної роботи – спроектувати програму розподілу повеневих втрат, яка включає приватне страхування, що базується на географічно специфічних уразливостях [17]. Аналіз ґрунтується на розробленій інтегрованій моделі менеджменту катастрофічних ризиків (integrated catastrophe risk management, ICRM), яка складається з GIS-моделі паводків і стохастичної процедури оптимізації за географічно специфічними вразливостями. Для досягнення стійкості й робастності програми страхування до повеней із різними рецидивами модель ICRM використовує процедуру стохастичної оптимізації, основу на залежних від квантилів функціях ризику системної неспроможності, які враховують надмірність і недостатність платежів заінтересованих осіб. Порівнюємо два альтернативні способи розрахунку страхових премій – оснований на моделі ICRM робастний спосіб і традиційний підхід середньорічних втрат (average annual loss, AAL). Застосовність запропонованої моделі можна показати на кейсі району Роттердама поза межами основної системи захисту від повеней у Нідерландах. Чисельні експерименти демонструють істотні переваги робастних премій у таких питаннях: гарантія платоспроможності програми страхування за всіх допустимих сценаріїв повеней, а не лише за усередненого сценарію; встановлення компромісу між безпекою програми страхування і добробутом місцевостей; залежність від інших заходів передачі та зниження ризику.

**Мета статті** полягає у запропонуванні й обґрунтуванні двоетапного підходу до прийняття еколого-економічних рішень.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** На відміну від Нідерландів, де віками інвестують у захист земель від затоплення, в Україні в минулому сторіччі було штучно затоплено приблизно

6 000 населених пунктів біля р. Дніпро і створено шість водосховищ (Київське, Канівське, Кременчуцьке, Дніпродзержинське, Дніпровське, Каховське) площею

$922 + 675 + 2250 + 567 + 410 + 2155 = 6979$  кв. км.

Ця площа дорівнює приблизно  $\frac{6979}{41526} = 17\%$  території Нідерландів, а 17% валового внутрішнього продукту (ВВП) Нідерландів становить понад 128 млрд. дол. (у цінах 2016 р.), або понад 147% ВВП України. Вважаючи середній темп зростання ВВП рівним 5%, за попередні 49 років сумарна втрата потенційного ВВП України становила  $\sum_{t=1}^{49} 128 \times (1+0,05)^{-t} > 2,441$  трлн. дол., не враховуючи витрат на екологічну безпеку штучних морів. Оскільки 6 979 кв. км – це 697 900 га, то сумарна ціна оренди гектара землі на 49 років становитиме не менше

$$\frac{2441 \times 10^6}{697900} = \frac{24410000}{6979} > 3497 \text{ дол.}$$

У всьому світі уряди розробляють стратегії FRM для зниження ризику повеней. Ризик можна знижувати шляхом зменшення ймовірностей небезпеки (тобто шляхом таких структурних інженерних рішень, як дамби чи берегові укріплення) та/або збитків (тобто шляхом зонування, фінансових заходів розподілу ризику серед заінтересованих осіб, відповідного планування землекористування і споруд, що захищають від повеней).

Страховання від повеней вважається нагальним елементом політики FRM [34]. Добре продумана програма страхування від повеней має: розповсюджувати ризики поміж учасників, місцевостей і періодів часу, гарантуючи наявність коштів для покриття втрат [31]; підвищувати громадську обізнаність про ризики повеней [32]; часто пропонувати цінові знижки [8]; сприяти заходам пом'якшення збитків [9]; поліпшувати ефективність використання цінної землі [38].

Багаторівнева програма страхування від лих (multi-layer disaster insurance program, MLDIP) у формі державно-приватного партнерства (public-private partnership, PPP) [7; 9; 12; 16; 29] може включати рівень приватного страхування, рівень передачі ризику через перестраховання та/або катастрофічні облигації й кредити, рівень урядових внесків. MLDIP вимагає аналізу взаємозалежних чутливостей до ризику залучених заінтересованих осіб. Наприклад, коли страховик бажає знижувати ймовірність свого банкрутства, то може вводити вищі премії або звужувати покриття, перестраховуватися чи купувати катастрофічні облигації. Тоді тягар втрат зсуватиметься від страховика до інших заінтересованих осіб (індивідуумів, компаній перестраховання, урядових організацій), що за високої нерівності розподілу витрат може вести до нестійкості чи неспроможності цих осіб. Таким чином, успіх програм поділу втрат залежить від взаємної (системної) стійкості залучених неоднорідних заінтересованих осіб. Така стійкість потребує аналізу складних розподілів спільної ймовірності втрат, залежних від різних агентів і небезпек, притаманних даному регіону.

Моделі катастроф складаються з кількох модулів: генератора небезпек, модуля вразливості та модуля фінансування. Під час розробки інструментарію моделей катастрофічних для конкретних регіонів повеней використовуються насичені просторові дані та оцінюються страхові премії виходячи не лише з історичних спостережень, але й різних соціоекономічних і кліматичних сцена-

рпів [5; 19; 20]. Однак у багатьох таких моделях ціноутворення катастрофічного ризику базується на AAL без явного врахування цілей та обмежень залучених заінтересованих осіб. Вага ризику часто виражається через стандартне відхилення та навантаження адміністративних витрат [30] чи просто через AAL [5], що може вводити в оману без врахування скошеності катастрофічних ризиків і просторової залежності витрат від стратегій [5; 7]. Лише стандартне відхилення й середнє не можуть слугувати прийнятними індикаторами ціноутворення катастрофічних ризиків, бо характеризують нормальні ризики і не охоплюють специфіку розподілів катастрофічних утрат із повільно спадаючими хвостами (heavy-tailed). Навпаки, такі залежні від квантилів індикатори, як вартість за ризику (Value-at-Risk, VaR) та умовна вартість за ризику (Conditional Value-at-Risk, CVaR) [37; 39], знаходять застосування у визначенні стратегій страхування від катастроф [22; 36]. Виходячи із загальної моделі ICRM [14; 15; 22], яку розробив Міжнародний інститут прикладного системного аналізу (International Institute for Applied Systems Analysis, IIASA), і поєднуючи залежні від квантилів функції ризику та процедури стохастичної оптимізації (stochastic optimization, StO) [12; 13; 22], було побудовано географічно насичену модель ICRM, що дає змогу коректно охоплювати просторово-часові профілі катастрофічних ризиків для проектування робастного страхування і брати до уваги цілі заінтересованих осіб (учасників).

Мета даної роботи – розробити оснований на ICRM підхід для оцінювання залежних від розміщення робастних стратегій страхування і порівняти знайдені стратегії з традиційним ціноутворенням AAL у районі Рійнмонд-Дрехтстеден (Rijnmond-Drechtsteden, RiD) біля Роттердама (Нідерланди) за межами дамб. Поєднуючи модель HIS-SSM (Highwater Information System – Damage and Casualties Module) [27] і процедуру стохастичної оптимізації, будується модель ICRM конкретного району з місцевостей за межами основної протиповеневої системи (тобто за межами дамбових укріплень), яким загрожують повені, щоб генерувати сценарії повеневих утрат і вимірювати робастні страхові премії. До недавніх пір у Нідерландах не існувало страхування від річкових і прибережних повеней, залишаючи програму відновлення після лиха єдиним фінансовим інструментом FRM. Таке страхування одні вважали неможливим [26; 28], а інші – можливим за різних схем перестраховання [5]. Наприкінці 2012 р. для захищених дамбами районів з'явилися перші контракти страхування від повеней [6]. Дослідження системи страхування від повеней у Нідерландах переважно стосувалися ризиків повеней у межах дамб [5; 23; 24; 26; 28]. Наприклад, у роботі [1] для великих захищених дамбами районів Нідерландів застосовувався принцип AAL визначення пов'язаних із повенями страхових премій.

На простому прикладі можна показати оманливість наслідків стратегії використання AAL для оцінки колективних збитків. Альтернативна стратегія спирається на квантилі. Остання застосовується у загальній мультиагентній явній просторовій моделі ICRM для даного регіону. Ця модель включає негладкі стохастичні функції ризику, даючи змогу досягати робастної системної спроможності у формі ймовірнісної рівноваги між пропозицією страхування і попитом на страхування. У ситуації єдиного агрегованого страховика (фонду на катастрофи) та єдиного агрегованого

страхувальника (даного регіону) ця рівновага зводиться до залежних від квантилів обмежень типу VaR. Звісно, потрібні докладні дані про даний регіон. На чисельних експериментах видно, як модель ICRM дає змогу проектувати робастну програму поділу повеневих втрат у регіоні RiD шляхом оцінювання ризиків у страхуванні від повеней виходячи із залежних від місцевостей премій, урахувавши також потенційну передачу ризику через умовний кредит на уникнення ризику, і з часткових компенсацій урядом. Порівняно з AAL робастні залежні від місцевостей компенсації підвищують стійкість страхування і знижують попит на інші заходи передачі ризику. Залучення уряду та запровадження кредиту збільшують попит на страхування, допомагають задовольняти необхідні зобов'язання й уникати неплатоспроможності.

У Нідерландах стандарти паводкової безпеки у захищених районах передбачають періоди повернення повеней від 200 до 1 000 років [25]. Хоча повені можуть траплятися рідко, їхня раптова поява у часі і просторі наступає лавиноподібно і тому не може коректно моделюватися усередненим моментом часу: 100-річна повінь може статися будь-якого часу в майбутньому. Якщо у м. Дордрехт (де базуються видавці світової наукової літератури) 2000-річна повінь може спричинити збитки на приблизно 1,5 млрд. дол., то за підходом AAL очікувані збитки на рік становлять  $\frac{1500000}{2000} = \frac{1500}{2} = 750$  тис. дол., включаючи збитки приватних учасників (домогосподарств і підприємств) та урядових учасників. За даними Міжнародного валютного фонду, у 2015 р. валовий внутрішній продукт (у номінальних доларах США) на душу населення Нідерландів становив 43 603 дол. Тоді за методикою AAL такі очікувані річні збитки м. Дордрехт, де станом на травень 2014 р. проживало 118 752 людей, дорівнюють річному доходу приблизно  $\frac{750000}{43603} = 17$  жителів м. Дордрехт або річному доходу  $\frac{17}{118752} = 0.014\%$  населення м. Дордрехт. Якщо ж у м. Дордрехт трапляється велика повінь зі збитками 1.5 млрд. дол., то коштуватиме річного доходу  $\frac{2000 \times 750000}{43603 \times 118752} = 29\%$  населення м. Дордрехт. Тому застосування методики AAL до оцінки страхових премій може підірвати фінансову стійкість програми страхування і загалом FRM.

Катастрофічні втрати піддають сумніву придатність стандартних підходів, що використовують актуарно справедливий премії (очікувані втрати). Якщо катастрофи стаються лавиноподібно у часі й просторі, то їхніми робастними індикаторами колективних незалежних утрат не є середні значення і стандартні відхилення, оскільки середні втрати не вирізняють випадку катастрофічних колективних утрат, тому для колективних утрат треба використовувати підходящі індикатори. Нехай кожна зі 100 місцевостей має актив одного й того самого типу, а в ситуації А екстремальна подія одночасно виводить із ладу всі ці активи з імовірністю  $\frac{1}{100}$ . Порівняємо цю подію із ситуацією В без екстремальної події, де кожний актив незалежно виходить із ладу з тією ж імовірністю  $10^{-2}$ . Із точки зору незалежних індивідуальних утрат ситуації А і В тотожні: актив виходить із ладу з імовірністю  $10^{-2}$ . Однак із погляду колективних (суспільних, катастрофічних) утрат ситуація А значно небезпечніша: якщо в ситуації А 100 активів виходять із ладу з імовірністю  $10^{-2}$ , то у ситуації В 100 активів виходять із ладу з імовірністю  $(\frac{1}{100})^{100} = (10^{-2})^{100} = 10^{-200}$ , близькою до 0.

В обох ситуаціях очікувані втрати однакові, але ймовірності колективних взаємозалежних утрат дуже різні:  $\frac{1}{100} = 10^{-2} \gg 10^{-200}$ . Аналіз страхової спроможності у разі взаємозалежних місцевих катастрофічних утрат вимагає розробки моделі ICRM і методів StO, які дають змогу імітувати колективні збитки для проектування робастного портфеля покриттів і премій. Цей портфель створює системну спроможність, яка, ймовірно, запобігає недоборам страховиків і переплатам від місцевих громад.

У стохастичній явній просторовій моделі ICRM [12; 14; 15] досліджуваній регіон Нідерландів поділяється на підрегіони чи місцевості  $j = 1, \dots, m$ . Місцевості може відповідати захищений дамбами район [1], набір домогосподарств, муніципалітет, захищена від повеней зона тощо. Нехай у період часу  $t$  вартість майна (будинків, земель, фабрик тощо) чи багатства (wealth) місцевості  $j$  оцінюється  $W_j^t$ .

Припустимо, у програму поділу втрат залучені агентів (страховиків, урядових установ, фондів), які можуть укладати контракти з місцевими громадами для покриття їхніх потенційних втрат. Кожний агент  $i = 1, \dots, n$  має початковий фонд  $R_i^0$  (резерв ризику), який, у загальному випадку, залежить від осяжності катастрофічних подій. Нехай горизонт планування охоплює періоди часу  $t = 0, 1, \dots$ . Резерв ризику у кожний період часу  $(t+1)$  дорівнює

$$R_i^{t+1} = R_i^t + \sum_{j=1}^m [\pi_{ij}^t - c_{ij}^t(q_{ij}^t)] - \sum_{j=1}^m L_j^t(\omega_t) q_{ij}^t, \quad (1)$$

де  $q_{ij}^t$  – (частка) покриття агентом (страховою компанією)  $i$  у місцевості  $j$  у період часу  $t$ ;  $\sum_j q_{ij}^t < 1$ ;  $\pi_{ij}^t$  – премія агента (страхової компанії) у місцевості  $i$  у період часу  $j$ ;  $c_{ij}^t(q_{ij}^t)$  – транзакційні, адміністративні, експлуатаційні та інші видатки агента  $i$  у місцевості  $j$  у період часу  $t$ ;  $L_j^t(\omega_t)$  – втрати (збитки) у місцевості  $j$ , спричинені катастрофою  $\omega_t$  у період часу  $t$ ;  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{t-1})$  – випадкові катастрофічні події, які можуть трапитися у випадковій кількості різних місцевостей. Загалом катастрофічна подія  $\omega_t$  у період часу  $t$  моделюється випадковою підмножиною місцевостей, а також величинами впливу цієї події на кожну таку місцевість. Утрати  $L_j^t(\omega_t)$  залежать від події  $\omega_t$ , заходів пом'якшення (скажімо, проти повеневих дамб) і вразливості цінності майна до такої події у місцевості  $j$ .

Змінні рішень  $q_{ij}^t$  та  $\pi_{ij}^t$  дають змогу характеризувати відмінності за ризиками у різних місцевостях. Припускається, що всі агенти можуть покрити різні частки катастрофічних утрат у даній місцевості. У разі катастрофи місцевість  $j$  зазнає втрат  $L_j^t(\omega_t)$ . Індивідууми цієї місцевості отримують компенсацію  $L_j^t(\omega_t) \times q_{ij}^t$  від компанії  $i$ , коли настають такі втрати, і платять страхові премії  $\pi_{ij}^t$ . Вартість майна місцевості  $j$  у період часу  $(t+1)$  визначається рекуррентно:

$$W_j^{t+1} = W_j^t + \sum_{i=1}^n [L_{ij}^t(\omega_t) \times q_{ij}^t - \pi_{ij}^t] - L_j^t(\omega_t). \quad (2)$$

Значимо, що у формулах (1), (2) випадкові змінні  $R_i^t = R_i^t(x, \omega)$ ,  $W_j^t = W_j^t(x, \omega)$  неявно залежать від передісторії – випадкової події  $\omega_k$  та змінних рішень  $x^k = (q^k, \pi^k)$ , де:  $q^k = \{q_{ij}^k, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m\}$ ;  $\pi^k = \{\pi_{ij}^k, i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m\}$ ;  $k = 0, 1, \dots, t-1$ .

Робастність програми страхування визначається тим, чи накопичений резерв ризику  $R_i^t(x, \omega)$  у випадковий період часу  $t = t(\omega)$  першої катастро-

фічної події (звідки  $L_j^t(x, \omega) = 0$  при  $t < \tau(\omega)$ ) уникає, в імовірнісному сенсі, неспроможності всіх агентів, тобто визначається подією (event)

$$e_1 = \{\omega : R_i^{\tau(\omega)}(x, \omega) \leq 0, i = 1, \dots, n\}. \quad (3)$$

Інтерес кожного індивідуума (місцевості)  $j = 1, \dots, m$  полягає у тому, щоб уникати знецінення свого майна, тобто події  $e_{2j} = \{\omega : W_j^{\tau(\omega)}(x, \omega) \leq 0\}$ . Робастність програми страхування передбачає уникнення об'єднання подій

$$e_2 = e_{21} \cup e_{22} \cup \dots \cup e_{2m} = \{\omega : W_j^{\tau(\omega)}(x, \omega) \leq 0\}, \quad j = 1, \dots, m. \quad (4)$$

Від подій (3), (4) залежить стійкість (здатність до відновлення) програми страхування у сенсі системної спроможності. Мета програми – уникати таких подій настільки, наскільки це можливо. Досягати цієї мети можна, наприклад, мінімізуючи очікувані (expected) непокриті втрати

$$E \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^{\tau(\omega)} \quad (5)$$

за обмеження ймовірності (probability)

$$P(e_1 \vee e_2) \leq \bar{p}, \quad (6)$$

де  $\bar{p}$  – критичний поріг імовірності для системної неспроможності (системного провалу чи дефолту) програми страхування, яка може трапитися, скажімо, лише раз у століття. Позначення  $P(e_1 \vee e_2)$  використовується для ймовірності спроможності як деякої функції від подій  $e_1, e_2$ .

Загальний підхід можна конкретизувати, щоб охоплювати особливості наявних даних, які імітуються модулями регіональної стохастичної моделі ICRM через сценарії повеней і збитків у регіоні RiD. Основна мета конкретного прикладу – порівняти вплив залежних від місцевостей премій, які визначаються регіональною моделлю ICRM, і премій, які визначаються традиційним підходом AAL. У цьому прикладі припускаємо, що в регіоні діє лише один агрегований страховик (фонд катастрофи), тобто  $n=1$ . Також припускаємо, що  $c_{ij}^t(q_{ij}^t) \equiv 0$ , а накопичені до першої повені премії пропорційні часу  $\tau(\omega)$  її настання:  $\pi_j^{\tau(\omega)} = \pi_j \times \tau(\omega)$ , де  $\pi_j$  – страхова премія, яку платить місцевість  $j$ .

Програма страхування від повеней є системно спроможною, якщо дає змогу уникати подій (3), (4), наскільки це можливо в імовірнісному сенсі. Беручи до уваги припущення і формулу (1), подію (3) перепишемо як

$$e_1 = \left\{ \omega : C(\pi, q, \omega) \equiv \sum_{j=1}^m [\pi_j \tau(\omega) - q_j L_j^{\tau(\omega)}] \leq 0 \right\}; \quad (7)$$

ураховуючи також формулу (2), подію (4) перепишемо як

$$e_2 = \left\{ \omega : D_j(\pi_j, q_j, \omega) \equiv q_j L_j^{\tau(\omega)} - \pi_j \tau(\omega) \leq 0 \right\}, \quad j = 1, \dots, m; \quad (8)$$

тут  $q_j$  – страхове покриття для місцевості  $j$ , а  $L_j^{\tau(\omega)}$  – стохастичні втрати місцевості  $j$ , спричинені настанням випадкових повеней,  $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_m)$ ,  $q = (q_1, \dots, q_m)$ .

Виходячи із загальної структури моделі ICRM, сформулюємо її у варіанті опуклої стохастичної оптимізації функції штрафу – мінімізації функції (5) плюс зважені функції ризику порушення обмежень (7), (8)

$$F(x) = E \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^{\tau(\omega)} + \alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\} + \sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}, \quad (9)$$

де  $x = (\pi, q)$  – вектор рішень,  $0 \leq \alpha$  – штраф за порушення обмеження (7),  $0 \leq \beta_j$  – штрафний параметр за порушення обмеження  $j = 1, \dots, m$  групи

(8),  $\alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\}$  – зважений очікуваний недобір програми страхування,  $\sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}$  – сума зважених переplat страхувальників.

Врахування обмежень (7), (8) у цільовій функції (9) через функції ризику створює сили, які зменшують до 0 абсолютні величини розходжень  $C(\pi, q, \omega)$ ,  $D_j(\pi, q, \omega)$ ,  $j = 1, \dots, m$ . Отже, мінімізація суми (9) дає змогу агрегувати систему страхування чи фонд катастрофи до деякої негладкої цільової функції [11].

Мінімізація по  $x$  функції  $F(x)$  рівносильна максимізації по  $x$  функції

$$-F(x) = E \sum_{j=1}^m (q_j - 1) L_j^{\tau(\omega)} - \alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\} - \sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}.$$

Звідси, беручи до уваги незалежність  $E \sum_{j=1}^m L_j^{\tau(\omega)}$  від  $x$  та

$$E \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^{\tau(\omega)} = E \sum_{j=1}^m q_j L_j^{\tau(\omega)} - E \sum_{j=1}^m L_j^{\tau(\omega)},$$

приходимо до задачі максимізації по функції

$$G(x) \equiv E \sum_{j=1}^m q_j L_j^{\tau(\omega)} - \alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\} - \sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\},$$

де зростання  $E \sum_{j=1}^m q_j L_j^{\tau(\omega)}$  означає збільшення прибутку страховиків, а зростання  $-\alpha E \max\{0, -C(\pi, q, \omega)\}$  та  $-\sum_{j=1}^m \beta_j E \max\{0, -D_j(\pi_j, q_j, \omega)\}$  означає зменшення недоборів страховиків і переplat індивідуумів, що сприяє попиту на страхування, страховим покриттям, доходам і компенсаціям страхувальників. Таким чином, зростання  $G(x)$  можна інтерпретувати як зростання регіонального добробуту всіх учасників з урахуванням ризиків. Значення  $x$  у програмі розподілу повеневих утрат може вибиратися урядом.

Штрафні коефіцієнти  $\alpha$  та  $\beta_j$  регулюють компроміс між рівнем премій і загальними покриттями. Коефіцієнт  $\alpha$  можна також уважати ціною кредиту, який програма страхування (фонд катастрофи) купуватиме у разі зменшення його резерву нижче певного критичного рівня. У багаторівневій програмі страхування вибір  $\alpha$  визначає ступінь участі уряду у PPP, тобто величину внеску уряду в дану страхову програму. Коефіцієнти  $\beta_j$  забезпечують бажані верхні межі переplat індивідуумів із боку попиту даної програми.

Мінімізація функції (9) дає змогу досягати робастної ймовірнісної рівноваги між попитом і пропозицією страхування, яка характеризується квантильними обмеженнями системної неспроможності типу (6). Покажемо цей важливий факт, припускаючи, що опукла функція (9) має неперервні похідні (скажімо, розглядувана функція розподілу має неперервну функцію щільності) і уникаючи ускладнень, пов'язаних із негладким аналізом. Тоді, припускаючи також додатність  $\tau(\omega)$ , умова оптимальності  $grad F(x) = \bar{0}$  задачі мінімізації функції (9) за даного вектору покриттів для додатних компонентів премії за ризик  $\pi_j(q)$  має форму рівноваги системного ризику [18]:

$$0 = F_{x_j} = -\alpha P\{-C(\pi, q, \omega) \leq 0\} + \beta_j P\{-D_j(\pi_j, q_j, \omega) \leq 0\}. \quad (10)$$

Якщо  $q_j = q_0$ ,  $\pi_j = \pi_0$ ,  $m = 1$ , то в силу співвідношення (7) маємо

$$e_1 = \left\{ \omega : 0 \geq C(\pi, q, \omega) \equiv \sum_{j=1}^m [\pi_j \tau(\omega) - q_j L_j^{\tau(\omega)}] = \pi_0 \tau(\omega) - q_0 L_1^{\tau(\omega)} \right\},$$

а в силу співвідношення (8) –  

$$e_2 = \left\{ \omega : 0 \geq D_j(\pi_j, q_j, \omega) \equiv q_j L_j^{\tau(\omega)} - \pi_j \tau(\omega) = q_0 L_j^{\tau(\omega)} - \pi_0 \tau(\omega) \right\},$$

$$j = 1.$$

Тоді обмеження (6) задовольняється лише при  $\bar{p}=1$  (вироджується), тобто

$$P(e_1) = 1 - P(e_2),$$

а рівняння (10) задає рівноважну ціну  $\pi(q)$  для даного покриття  $q$ :

$$0 = -\alpha P(e_1) + \beta_j [1 - P(e_1)]; (\alpha + \beta_j) P(e_1) = \beta_j;$$

$$P\left\{ \pi \tau(\omega) \leq q L_j^{\tau(\omega)} \right\} = P(e_1) = \frac{\beta_j}{\alpha + \beta_j}.$$

Таким чином, параметри  $\alpha$ ,  $\beta_j$  та покриття  $q$  впливають на ймовірність  $P(e_1)$  неспроможності страхувальників. Щоб дослідити цей вплив, безумовну задачу StO (9) з негладкими функціями штрафу за ризик перепишемо як задачу лінійного програмування з обмеженнями. Для цього до стратегічних змінних рішення *ex ante*  $\pi_j$ ,  $q_j$  додамо нові адаптивні змінні *ex post*  $\zeta_j^s$  та  $\varepsilon^s$ , значення яких обираються після спостереження стохастичних втрат  $L_j^{\tau(\omega)}$  – (невід’ємні) величини кредитів та урядової допомоги відповідно, де  $s = 1, \dots, S$  – випадкові сценарії [3]. Нові змінні даватимуть змогу усувати переплати страхувальників і недобори страховиків, сприяючи сис-

темній спроможності програми страхування від повеней.

Нехай сценарій  $s$  задає втрати  $L_j^s = L_j^{\tau(\omega^s)}$  для  $t = \tau(\omega^s) = \tau^s$  у місцевостях  $j = 1, \dots, m$  з ймовірністю  $p^s$ . Тоді задача (9) рівносильна задачі мінімізації по  $y = (\pi_j, q_j, \zeta_j^s, \varepsilon^s)$  функції

$$F(y) = \sum_{s=1}^S p_s \sum_{j=1}^m (1 - q_j) L_j^s + \alpha \sum_{s=1}^S p_s \sum_{j=1}^m \zeta_j^s + \beta \sum_{s=1}^S p_s \varepsilon^s$$

за обмежень

$$\zeta_j^s \geq 0, \varepsilon^s \geq 0, s = 1, \dots, S,$$

$$-d_j^s \equiv \pi_j \tau^s - q_j L_j^s \geq \zeta_j^s,$$

$$\sum_{j=1}^m d_j^s \geq \varepsilon^s.$$

Для отриманої задачі наявні ефективні засоби розв’язання.

**Висновки.** Робастний баланс істотно залежить від вибору покриттів і премій, створюючи спроможність страховиків виживати під час повеней і готовність індивідуумів платити премії. Щоб знайти робастні рішення, використовуються такі функції ризику, як переплати індивідуумів і недобори страховиків. Такі рішення є розв’язками двоетапної задачі стохастичної оптимізації, яка за певних припущень зводиться до стандартної задачі лінійного програмування.

#### Список літератури:

1. Перспективні питання системного аналізу / К.Л. Атоєв та ін. // Питання оптимізації обчислень (ПОО-XLII), 21–25 вересня 2015 р., Чинадієво). – К. : Ін-т кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України, 2015.
2. До природних обмежень економічної діяльності / В.М. Горбачук, А.І. Кошулько, А.А. Сирку // Розвиток сучасних міжнародних економічних відносин: фінансово-економічні та соціальні чинники. – Одеса : ОНУ імені І.І. Мечникова, 2016. – С. 125–128.
3. Ермольев Ю.М., Ястремский А.И. Стохастические модели и методы в экономическом планировании / Ю.М. Ермольев, А.И. Ястремский. – М. : Наука, 1979. – 256 с.
4. 2012 natural catastrophe year in review. – Munich: Munich Re, 2013. – 88 p.
5. Aerts J.C.J.H., Botzen W.J.W. Climate change impacts on pricing long-term flood insurance: a comprehensive study for the Netherlands // Global environmental change. – 2011. – № 21(3). – P. 1045–1060.
6. AON. Volgende dekking overstroomingsrisico dichter bij dan ooit. 2012-10-09 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.aon.com/netherlands/persberichten/>.
7. Banks E. Catastrophic risk: analysis and management. – London: Wiley, 2005. – 193 p.
8. Bin O., Landry C.E. Changes in implicit flood risk premiums: empirical evidence from the housing market // Journal of environmental economics and management. – 2013. – № 65(3). – P. 361–376.
9. Botzen W.J.W., van den Bergh J.C.J.M., Bouwer L.M. Climate change and increased risk for the insurance sector: a global perspective and an assessment for the Netherlands // Natural hazards. – 2010. – № 52(3). – P. 577–598.
10. Brown D.G., Page S., Riolo R., Zellner M., Rand W. Path dependence and the validation of agent-based spatial models of land use // International journal of geographical information science. – 2005. – № 19(2). – P. 153–174.
11. Ermoliev Y. Two-stage stochastic programming: quasigradient method / Encyclopedia of optimization. 2-nd edition. C.A. Migdalas P.M. Pardalos (eds.) – Springer, 2009. – P. 3955–3959.
12. Ermoliev Y.M., Ermolieva T.Y., MacDonald G., Norkin V. Insurability of catastrophic risks: the stochastic optimization model // Optimization. – 2000. – № 47 (3–4). – P. 251–265.
13. Ermoliev Y.M., Ermolieva T.Y., MacDonald G., Norkin V. Stochastic optimization of insurance portfolios for managing exposure to catastrophic risks // Annals of operations research. – 2000. – № 99(1–4). – P. 207–225.
14. Ermolieva T., Ermoliev Y. Modeling catastrophe risk for designing insurance systems / Integrated catastrophe risk modeling: supporting policy processes. A. Amendola, T. Ermolieva, J. Linnerooth-Bayer, R. Mechler (eds.) – Dordrecht, New York, London: Springer Verlag, 2013. – P. 29–53.
15. Ermolieva T., Ermoliev Y., Norkin V. Spatial stochastic model for optimization capacity of insurance networks under dependent catastrophic risks: numerical experiments. – Laxenburg, Austria: IIASA, 1997. – Interim Report IR-97-028. – 30 p.
16. Ermolieva T., Ermoliev Y., Fischer G., Galambos I. The role of financial instruments in integrated catastrophic flood management // Multinational finance journal. – 2003. – № 7(3–4). – P. 207–230.
17. Ermolieva T., Filatova T., Ermoliev Y., Obersteiner M., de Bruijn K., Jeuken A. Flood catastrophe model for designing optimal flood insurance program: estimating location specific premiums in the Netherlands. – Laxenburg, Austria: International Institute for Applied Systems Analysis, 2013. – 33 p.
18. Ermoliev Y.M., Norkin V.I. On nonsmooth and discontinuous problems of stochastic systems optimization // European journal of operations research. – 1997. – № 101(2). – P. 230–244.
19. Fulcher G., Archer-Lock P., Caton R., Davies D., Fick T., James G., Kam H., Kershaw P., Masi L., Postlewhite S., Skinner J., Wong D. Catastrophe modelling working party. – Vienna, Austria: GIRO, 2006. – 57 p. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.actuaries.org.uk/research-and-resources/documents/report-catastrophe-modelling-working-party>.
20. Grossi P., Kunreuther H., Windeler D. An introduction to catastrophe models and insurance / Catastrophe modeling: a new approach to managing risk. P. Grossi, H. Kunreuther (eds.) – New York, NY: Springer, 2005. – P. 23–42.
21. Hayek F.A. Individualism and economic order. 3-rd impression. – Chicago, IL: University of Chicago Press, 1958. – 272 p.
22. Integrated catastrophe risk modeling: supporting policy processes. A. Amendola, T. Ermolieva, J. Linnerooth-Bayer, R. Mechler (eds.) – Dordrecht, Netherlands: Springer, 2013. – 287 p.

23. Jongejan R., Barriue P. Insuring large-scale floods in the Netherlands // Geneva papers on risk and insurance – issues and practice. – 2008. – № 33. – P. 250–268.
24. Jonkman S.N., Kok M., Vrijling J.K. Economic optimization as a basis for choice of flood protection strategies in the Netherlands / Theme B. Urban and rural water systems for sustainable development. – Thessaloniki, Greece: XXX IAHR Congress, 2003. – P. 19–26.
25. Klijn F., de Bruijn K.M., Knoop J., Kwadijk J. Assessment of the Netherlands' flood risk management policy under global change // Ambio. – 2012. – № 41(2). – P. 180–192.
26. Kok M. Een waterverzekering in Nederland: Mogelijk en wenselijk? / Opdrachtgever: Adviescommissie Water. – HKV lijn in water, 2005. – 33 p.
27. Kok M., Huizinga H.J., Vrouwenvelder A.C.W.M., Van den Braak W.E.W. Standaardmethode 2005. Report PR999.10. – Lelystad: HKV Consultants and TNO Bouw, 2005.
28. Kok M., Vrijling J.K., van Gelder P.H.A.J.M., Vogelsang P. Risk of flooding and insurance in the Netherlands / Flood defence. Vol. 1. B. Wu, Z.-Y. Wang, G. Wang, G. Huang, H. Fang, J. Huang (eds.) – New York, NY: Science Press, 2002. – P. 146–154.
29. Kunreuther H., Pauly M. Rules rather than discretion: lessons from hurricane Katrina // Journal of risk and uncertainty. – 2006. – № 33(1). – P. 101–116.
30. Kuzak D., Larsen T. Use of catastrophe models in insurance rate making insurance / Catastrophe modeling: a new approach to managing risk. P. Grossi, H. Kunreuther (eds.) – New York, NY: Springer, 2005. – P. 97–118.
31. Lalonde D. Risk financing / Catastrophe modeling: a new approach to managing risk. P. Grossi, H. Kunreuther (eds.) – New York, NY: Springer, 2005. – P. 135–164.
32. Lave T.R., Lave L.B. Public perception of the risks of floods: implications for communication // Risk analysis. – 1991. – № 11(2). – P. 255–267.
33. Managing the risks of extreme events and disasters to advance climate change adaptation: a special report of Working Groups I and II of the IPCC. C.B. Field, V. Barros, T.F. Stocker, D. Qin, D.J. Dokken, K.L. Ebi, M.D. Mastrandrea, K.J. Mach, G.-K. Plattner, S.K. Allen, M. Tignor, P.M. Midgley (eds.) – Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2012. – 582 p.
34. Michel-Kerjan E., Kunreuther H. Redesigning flood insurance // Science. – 2011. – № 333. – P. 408–409.
35. Mukhopadhyay A., Dasgupta R., Hazra S., Mitra D. Coastal hazards and vulnerability: a review // International journal of geology, earth and environmental sciences. – 2012. – № 2(1). – P. 57–69.
36. Nowak P., Romaniuk M. Pricing and simulations of catastrophe bonds // Insurance: mathematics and economics. – 2013. – № 52(1). – P. 18–28.
37. Rockafellar R.T., Uryasev S. Optimization of conditional Value-at-Risk // Journal of risk. – 2000. – № 2(3). – P. 21–41.
38. Schwarze R., Wagner R. The political economy of natural disaster insurance: lessons from the failure of a proposed compulsory insurance scheme in Germany // European environment. – 2007. – № 17. – P. 403–415.
39. Yang H. An integrated risk management method: VaR approach // Multinational finance journal. – 2000. – № 4(3–4). – P. 201–219.

**Горбачук В. М.**

Институт кибернетики имени В. М. Глушкова Национальной академии наук Украины

**Ермолев Ю. М., Ермольева Т. Ю.**

Международный институт прикладного системного анализа

## ДВУХЭТАПНАЯ МОДЕЛЬ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

### Резюме

Несовершенство эколого-экономических решений должно корректироваться определенными программами государственно-частного партнерства. Важно предложить и обосновать стимулы для участия в таких программах. Предложен двухэтапный подход к принятию стратегических и адаптивных эколого-экономических решений.

**Ключевые слова:** несовершенное поведение, иррациональные решения, катастрофа, страхование, корректировка, государственно-частное партнерство.

**Gorbachuk V. M.**

V. M. Glushkov Cybernetics Institute, National Academy of Sciences of Ukraine

**Ermoliev Y. M., Ermolieva T. Y.**

International Institute for Applied Systems Analysis

## TWO-STAGE MODEL OF ECOLOGICAL AND ECONOMIC DECISIONS

### Summary

Imperfection of ecological and economic decisions should be corrected by certain programs of public-private partnership. It is important to suggest and substantiate incentives for participation in such programs. The two-stage approach for making strategic and adaptive ecological and economic decisions is proposed.

**Keywords:** imperfect behavior, irrational decisions, catastrophe, insurance, correction, public-private partnership.