УДК 681.3

Глибовець М. М., Медведєв М. Г.

ЛОГІЧНІ СХЕМИ НА КОМУТАЦІЙНИХ ЕЛЕМЕНТАХ

В статті вводиться поняття комутаційного елемента (КЕ), описуються його функціональні властивості та досліджується можливість реалізації унарних та бінарних бульових функцій на його основі.

Проблема синтезу комбінаційних схем із функціональних елементів є актуальною з часів появи обчислювальної техніки [1, 2]. Особливо важливим став розв'язок цієї проблеми у зв'язку зі створенням суперкомп'ютерів синхронного та асинхронного типу. Запропонована в статті функціональна модель КЕ виступає зручним базисом для моделювання комбінаційних схем.

Комутаційний елемент

Означення 1. *Комутаційним елементом* (КЕ) називатимемо систему (L, R, U, D, S), де L, R, U, D — *інформаційні* полюси, а S — *керуючий* полюс.

Функціональна модель КЕ приведена на рисунку 1а. Алфавітом керуючого полюса S є множина сигналів {0, 1}. В залежності від сигналу на вході S КЕ може перебувати в двох станах. Якщо на керуючому полюсі сигналу немає (S=0), то з'єднуються між собою полюси L, R та D, U (рисунок 1б). Якщо на керуючий полюс подається сигнал (S=1), то з'єднуються між собою полюси L, U та D, R (рисунок 1в).

Серед чотирьох інформаційних полюсів виділимо два вхідні та два вихідні. Два полюси не можуть бути вхідними (вихідними), якщо вони комутуються при деякому значенні S. Так, наприклад, стани L та U не можуть бути вхідними, бо при S = 1 вони з'єднуються.

З функціональної схеми КЕ видно, що полюс L не комутується тільки з полюсом D, а полюс U — з полюсом R. Отже, вхідними можуть бути або L та D, або U та R (відповідно вихідними полюсами будуть U та R або L та D). Для визначеності будемо називати полюси L та D вхідними (далі їх будемо позначати як In1, In2), а R та U — вихідними (Out1, Out2) (рисунок 2).

Означення 2. Полюси L та D називаються *вхідними*, а R та U — *вихідними*.

На будь-який інформаційний або керуючий вхід можна подати сигнал (1) або не подати (0). Оскільки інформаційні входи є однобітовими, то на керуючий вхід можна подавати інформаційні біти. Відповідність між входами, керуючим сигналом та виходами описує таблиця істинності 1.

Таблиця 1

S	In1	In2	Out1	Out2
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

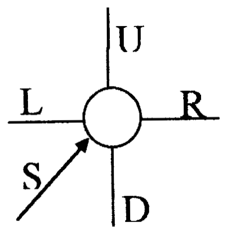

Рисунок 1а

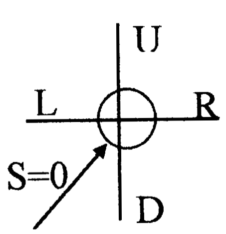

Рисунок 1б

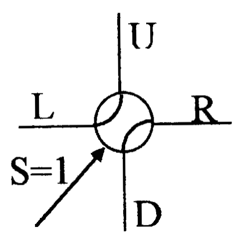

Рисунок 1в

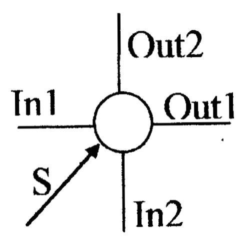

Рисунок 2

Твердження 1. Зв'язок між вихідними та вхідними полюсами КЕ можна описати наступними бульовими формулами, які випливають з таблиці істинності 1:

$$\begin{aligned} Out1 &= \neg S \wedge In1 \vee S \wedge In2, \\ Out2 &= \neg S \wedge In2 \vee S \wedge In1, \end{aligned} \qquad (1)$$

Функціональні властивості комутаційного елемента.

Розглянемо можливість реалізації бульових функцій на одному КЕ. Всі можливі бульові функції на одному комутаційному елементі можна отримати, фіксуючи певну кількість входів. Але фіксувати керуючий вхід S ми не можемо, оскільки тоді КЕ не зможе комутуватися і втрачається його функціональний сенс.

Означення 3. Вхід будемо називати *зв'язаним*, якщо його зафіксовано в 0 чи 1, в іншому разі — *вільним*.

Очевидно, що сума зв'язаних та вільних входів дорівнює трьом. Якщо КЕ не має зв'язаних входів, то він буде реалізовувати дві функції від трьох аргументів, як показано в таблиці 1. Якщо КЕ має два зв'язаних входи, то він реалізує унарну функцію, якщо один — бінарну. Далі в цьому розділі ми розглянемо, які унарні та бінарні функції можна реалізувати на одному КЕ. Роботу КЕ в певних режимах ми будемо описувати комутаційними таблицями.

Означення 4. *Комутаційною таблицею* будемо називати таблицю, яка складається з N стовпчиків. N = Bound + Nout, де Bound — кількість зв'язаних входів, Nout — кількість виходів (далі Nout завжди буде дорівнювати 2). Стовпчики, які відповідають зв'язаним входам, містять усі можливі значення з 0 та 1. Стовпчики, які відповідають виходам, містять функції, які утворюються між ними та вільними входами.

Розглянемо, які унарні функції можна отримати за допомогою одного КЕ. Для цього необхідно зв'язати входи In1 та In2. Тоді виходи, які отримаємо з Out1 та Out2, будуть залежати тільки від S. Отже, можлива кількість унарних функцій дорівнює 2^3. Наприклад, на рисунку 3 зображено роботу КЕ, у якого зафіксовано In1 = = 1, In2 = 0. Відповідність між його входами та виходами можна описати згідно з формулами (1):

$$Out1 = \neg S \wedge 1 \vee S \wedge 0 = \neg S,$$
$$Out2 = \neg S \wedge 0 \vee S \wedge 1 = S.$$

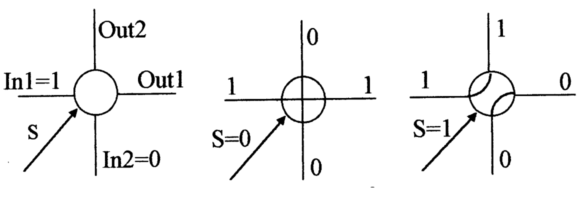

Рисунок 3

Таблиця 2

In1	In2	Out1	Out2
0	0	0	0
0	1	S	¬S
1	0	¬S	S
1	1	1	1

Таблиця 2 є комутаційною таблицею, в якій подано всі можливі унарні функції. Входи In1 та In2 фіксуються всіма можливими сигналами, виходи Out1, Out2 описуються як функції від одного аргументу S.

З комутаційної таблиці 2 випливає, що на одному КЕ можна реалізувати всі можливі унарні функції.

Розглянемо, які бінарні функції можна отримати за допомогою одного КЕ. Як було сказано вище, для цього КЕ повинен мати один зв'язаний та два вільних входи. Кількість можливих бінарних функцій дорівнює 2^3. Перед тим як побудувати комутаційну таблицю для бінарних функцій, необхідно спочатку провести дослідження: які бульові функції будуть утворюватися при зв'язуванні входів In1 або In2. Для цього побудуємо допоміжні таблиці для кожного зв'язаного входу. Таких таблиць буде 4: для In1=0, In1=1, In2=0, In2=1. Це будуть таблиці істинності, які мають чотири стовпчики: два — вільні входи, два — виходи. На вільні входи подаються всі можливі комбінації сигналів, значення виходу будується на основі роботи КЕ.

1) Фіксуємо In1 = 0 (рисунок 4). Роботу КЕ опишемо в таблиці істинності 3. Виходи Out1 та Out2 є функціями від S та In2. Згідно з формулами (1) матимемо:

$$Out1 = \neg S \wedge 0 \vee S \wedge In2 = S \wedge In2,$$
$$Out2 = \neg S \wedge In2 \vee S \wedge 0 = \neg S \wedge In2 = \neg(S \vee \neg In2) = \neg(S \subset In2) = S \subset In2.$$

Таблиця 3

S	In2	Out1	Out2
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	0
1	1	1	0

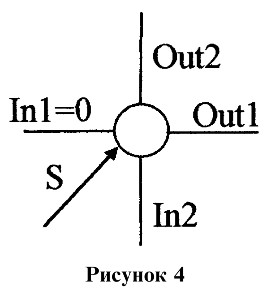

Рисунок 4

2) Фіксуємо In1 = 1 (рисунок 5). Роботу КЕ опишемо в таблиці істинності 4. Виходи Out1 та Out2 є функціями від S та In2. Згідно з формулами (1) матимемо:

$Out1 = \neg S \wedge 1 \vee S \wedge In2 = \neg S \wedge (1 \vee In2) \vee S \wedge In2 = \neg S \vee \neg S \wedge In2 \vee S \wedge In2 = \neg S \vee In2 \wedge (\neg S \vee S) = \neg S \vee In2 = S \supset In2$,

$Out2 = \neg S \wedge In2 \vee S \wedge 1 = \neg S \wedge In2 \vee S \wedge (1 \vee In2) = \neg S \wedge In2 \vee S \vee S \wedge In2 = In2 \wedge (\neg S \vee S) \vee S = In2 \vee S$.

Таблиця 4

S	In2	Out1	Out2
0	0	1	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1

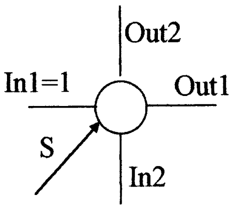

Рисунок 5

3) Фіксуємо In2 = 0 (рисунок 6). Роботу КЕ опишемо в таблиці істинності 5. Виходи Out1 та Out2 є функціями від S та In1. Згідно з формулами (1) матимемо:

$Out1 = \neg S \wedge In1 \vee S \wedge 0 = \neg S \wedge In1 = \neg(S \vee \neg In1) = \neg(S \subset In1) = S \not\subset In1$,

$Out2 = S \wedge In1 \vee \neg S \wedge 0 = S \wedge In1$.

Таблиця 5

S	In1	Out1	Out2
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	1	0	1

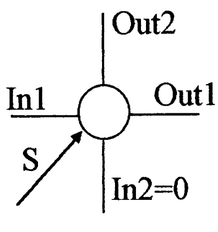

Рисунок 6

4) Фіксуємо In2 = 1 (рисунок 7). Роботу КЕ опишемо в таблиці істинності 6. Виходи Out1 та Out2 є функціями від S та In1. Згідно з формулами (1) матимемо:

$Out1 = \neg S \wedge In1 \vee S \wedge 1 = \neg S \wedge In1 \vee S \wedge (1 \vee In1) = \neg S \wedge In1 \vee S \vee S \wedge In1 = In1 \wedge (\neg S \vee S) \vee S = In1 \vee S$.

$Out2 = \neg S \wedge 1 \vee S \wedge In1 = \neg S \wedge (1 \vee In1) \vee S \wedge In1 = \neg S \vee \neg S \wedge In1 \vee S \wedge In1 = \neg S \vee In1 \wedge (\neg S \vee S) = \neg S \vee In1 = S \supset In1$,

Таблиця 6

S	In1	Out1	Out2
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	1

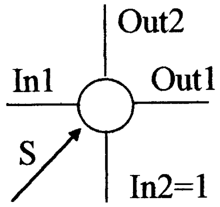

Рисунок 7

Таблиця 7

In1	Out1	Out2
0	S AND In2	$S \not\subset In2$
1	$S \supset In2$	S OR In2

Таблиця 8

In2	Out1	Out2
0	$S \not\subset In1$	S AND In1
1	S OR In1	$S \supset In1$

Таблиці 7 (8) є комутаційними таблицями, в яких подано функціональні залежності відповідно між входами S та In2 (In1) при фіксованому сигналі In1 (In2) та виходами Out1 та Out2.

З комутаційних таблиць 7 та 8 випливає, що на одному КЕ можна реалізувати лише чотири бінарні булові функції: диз'юнкцію OR, кон'юнкцію AND, імплікацію $\supset$ та обернену антиімплікацію $\not\subset$.

Комутаційні мережі

Означення 5. *Комутаційною мережею* називатимемо трійку <G, Pol, Sgn>, де G = G (K, E) — комутаційний граф, в якому K — множина КЕ, а E — множина зв'язків між ними, Pol = Pol (In, Out) — множина вхідних In та вихідних Out полюсів. На вхідні полюси In подаються сигнали з множини Sgn = {0, 1}, а на вихідних полюсах Out знімаються сигнали. На деякі полюси дозволяється подавати сталі сигнали, але ці полюси не будемо відносити до вхідних чи до вихідних.

Зв'язок можна встановлювати між довільними полюсами КЕ (як між інформаційними, так і між керуючими, оскільки за означенням КЕ вони всі однобітові). Але наявність лише п'яти полюсів у КЕ не накладає обмеження на ступінь мережі, оскільки ми можемо сполучити один полюс із кількома іншими полюсами.

Означення 6. Під *роботою комутаційної мережі* будемо розуміти отримання сигналів на вихідних полюсах при подачі певних сигналів на вхідні полюси.

Таким чином, значення сигналу на будь-якому вихідному полюсі залежить від значень сигналів на вхідних полюсах, тобто для будь-якої схеми на КЕ існує певна функціональна залежність кожного виходу від входів. Утворюються m бульових функцій від n арґументів, де n = |In|, m = |Out|. Арґументами функцій є значення сигналів на вхідних полюсах.

Важливою характеристикою комутаційної мережі є час її роботи або комутації.

Означення 7. *Інтервалом затримки* або просто *інтервалом* назвемо відрізок часу, за який КЕ може прийняти положення у відповідності з сигналом, який надійшов на його керуючий вхід. Тобто час комутації КЕ дорівнює одному інтервалові.

Твердження 2. Бульові функції штрих Шефера та стрілку Пірса можна реалізувати на двох КЕ. Час обчислення цих функцій дорівнює двом інтервалам.

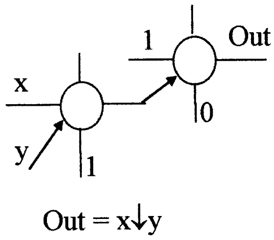

Рисунок 8а

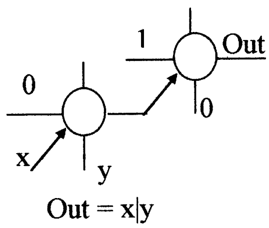

Рисунок 8б

Доведення. На рисунках 8а та 8б показана реалізація функцій штрих Шефера та стрілки Пірса відповідно. Їх побудовано на двох комутаційних елементах згідно з формулами: x|y = = NOT (x AND y), x↓y = NOT (x OR y). Для спрацювання обох цих схем необхідно два часових інтервали. Під час першого інтервалу спрацьовує КЕ, який реалізує кон'юнкцію (диз'юнкцію) та виробляє сигнал, що подається на керуючий вхід другого КЕ. Під час другого часового інтервалу реалізується заперечення. Обидві схеми мають два входи та один вихід.

1. *Глушков В. М., Капитонова Ю. В.* Логическое проектирование дискретных устройств.— К.: Наукова думка, 1987.— 264 с.

2. *Глушков В. М.* Основы безбумажной информатики.— М.: Наука, 1982.— 552 с.

Glibovets M. M., Medvedev M. G.

THE LOGIC SCHEMES ON COMMUTATION ELEMENTS

The commutation element (CE) is introduced, its functional properties are described. The possibility of boolean functions realization on CE is studied.